

ARS INVENIENDI: RAMON LLULL *

Summary. That *Ars* that Ramon Llull planned beginning with his *Ars compendiosa inveniendi ueritatem* (Mallorca, ca. 1274) was, by stages, broadened, reduced, improved. Its evolution has been repeatedly explained in the course of the centuries, even though its quality of being an automatic resource has never been set forth in detail. This study fills this exponential void with other algorithmically based graphical representations in architectonic format: this is the Flow Chart. Applied too is a “tree diagram”, of a more visual kind. This explanation of Llull’s *Ars* is based on 53. *Taula general / Tabula generalis* (Naples, 1293-4). Contact with today’s mathematicians has made it possible to explain the *Ars* lulliana, getting around the much desired automatism through use of a simple pseudo-automatism.

Sommario. L’Arte che Ramon Llull ha progettato a partire dall’*Ars compendiosa inveniendi ueritatem* (Mallorca, 1274 circa) è andata via via acquisendo ampliamenti, riduzioni e miglioramenti. Tale percorso evolutivo è stato ripetutamente spiegato nel corso dei secoli, sebbene la qualifica dell’Arte come risorsa automatica non sia mai stata esposta in dettaglio. Questo studio riempie il vuoto esponenziale esistente sull’Arte attraverso rappresentazioni grafiche dell’algoritmo con diagramma a blocchi: i diagrammi di flusso. Viene applicato anche un diagramma ad albero con un carattere più immediatamente percepibile. Questa spiegazione dell’Arte lulliana si basa sulla 53. *Taula general/Tabula generalis* (Napoli, 1293-4). Il contatto con i matematici contemporanei ha permesso di spiegare l’Arte lulliana superando l’automatismo tanto desiderato con un semplice pseudo-automatismo.

La persona i l’obra filosòfica i teològica de Ramon Llull han estat estudiades exhaustivament, però ha estat la seva *Art de cercar la veritat* l’aportació que ha atret més l’atenció, tant en investigadors propers al pensament com en investigadors en les arts experimentals. Precisament aquest escrit procurarà aplegar les aportacions dels estudiosos sobre l’Art lulliana, en un primer apartat, i també oferir una novetat exegetica de l’Art basada en la 53. *Taula general / Tabula generalis* (Tunis, mitjan setembre de 1293 – Nàpols, 13 de gener de 1294), en una segona part.

* Exposició: [pseudo]Automatisme en l’Art de Ramon Llull, Pontificia Universitas Antonianum: Centro Italiano di Lullismo; Roma, 19.V.2017. Es fan servir les següents abreviatures: MOG: *Editio Moguntina*; ROL: Raimundi Opera Latina, Brepols; TOL-RL: Traducció de l’obra llatina de Ramon Llull, Brepols-Santa Coloma de Queralt.

En aquest darrer sentit, la *Taula general / Tabula generalis* té un format que estimula a plantejar les relacions entre el sistema combinatori lul·lià i el sistema de la informàtica actual. Una cosa semblant es pot deduir de les paraules del pròleg de l'obra citada: «per aquesta *Taula* hom pot haver, en breu temps, coneixença de les *ciències necessàries* en aquest món, i l'enteniment pot pujar els graus en què *ateny les natures secretes artificialment, segons termes naturals*» (cat., ORL XVI, p. 297; llatí, ROL XXVII, lín. 10-13). Les paraules en cursiva són la síntesi de l'*Art* lul·liana, és a dir, del mètode de recerca de la veritat i de solucions, de diagnosticar les causes, els efectes i l'ontologia de tot el que existeix. De fet aquesta *Taula general és l'instrument combinatori dels principis que constitueixen qualsevol ciència i saber, tant de les coses visibles i tangibles – d'aquí l'adjectiu necessàries – com de les metafísiques – d'aquí els termes natures secretes –, i es desplegarà per mitjà d'uns signes tangibles – d'aquí artificialment, segons termes naturals – que conduiran l'intel·lecte agent a fer les seves argumentacions i descobertes amb una metodologia el màxim d'objectiva possible.*

Recorregut de l'Art

1. Exegesi artística

Els germans Carreras consideren que el 1. *Compendium Logicae Alcatzellis / Lògica del Gatzell* (d'Alcatzell; Montpeller i Mallorca 1271-1272) apunta cap a elements simbòlics amb l'intent de construir una Lògica algebraica, que serà el preludi de l'*Art* combinatoria, la qual pren inici en el 2. *Llibre de contemplació en Déu* (Mallorca 1271-22 d'abril de 1272 en àrab i 1 de gener de 1273 en català), obra que posarà els fonaments artístics en quatre aspectes: la primera i segona intenció, les raons necessàries, els atributs divins, els dogmes de la Trinitat i encarnació sobre la base d'una demostració analògica i sil·logística. En aquesta obra apareix el símbol de l'arbre amb simetria lògico-estètica, ordenadora i jerarquitzant, així com figures geomètriques.

Els germans Carreras se centren en la Figura IV de la 53. *Taula general / Tabula generalis*. (Tunis-Nàpols 1293-1294) destacant-ne la multiplicació de les cambres en 1.680 i la seva novetat, que «consiste en que en ella se intenta una mecanització del arte silogística... Se pretende

ahora que la doctrina de la invención del término medio, de la prueba y la demostración y de las falacias adquiriera un rigor de infalibilidad matemática gracias al refuerzo del arte combinatoria»¹.

El Prof. Platzeck hi veié semblances de mètode analític amb l'art algebraica àrab, un fort influx de la lògica escolàstica, també del llibre hebreu *Sefer Yezirah* (s. III-VI), estudiat per Abraham Abulafia a Girona (1271-1274), amb lletres que substitueixen paraules que són ideogrames de conceptes, mentre que Ramon Llull, en el 2. *Llibre de contemplació en Déu* (Mallorca 1272) i en la 3. *Ars compendiosa inveniendi ueritatem* (Mallorca, ca. 1274), adjudica a les lletres tot un concepte ple. Platzeck s'estendrà en les setze dignitats divines que constitueixen els setze vocables de la Figura S^{Intel·lecte}, que en conformitat amb H. Probst, P. E. Longpré i els germans Carreras i Artau reberen l'influx de sant Agustí, sant Anselm i Ricard de Sant Víctor². Platzeck també estudià les influències rebudes dels gramàtics especulatiu o modistes (s. XIII) a partir de llur teoria tripartida – *modi essendi, intelligendi i significandi* –, a la recerca de la relació entre ontologia i Lògica en l'obra lul·liana³.

Anys després, Platzeck reincidiria en el tema artístic a *Gottfried Wilhelm Leibniz y Raimundo Lull* (en *EL*, 16 [1972] 129-193), on analitza la *Dissertatio de arte combinatoria* (1666), el *Discours de métaphysique* (1686), i, en tercer lloc, manifesta la concepció d'una *Ciencia general* en comparació amb l'*Arte luliano*.

«¿Quien podrá negar que el Arte de Raimundo Llull, queriendo ser general para todas las ciencias, sirvió a Leibniz de gran estímulo para buscar el sistema más perfecto del mundo, en el cual todas las ciencias se reuniesen y se redujesen a una sola ciencia general? La búsqueda de una

¹ Tomás CARRERAS Y ARTAU - Joaquín CARRERAS Y ARTAU, *Historia de la Filosofía española. Filosofía cristiana de los siglos XIII al XV*, Real Academia de Ciencias exactas, físicas i naturales, vol. 1, Madrid 1939, p. 447.

² Erhard-Wolfram PLATZECK, *Descubrimiento y esencia del Arte del Bto. Ramón Llull*, en *EL [=Estudios Lulianos]*, 8 (1964) 137-154; anteriorment, *La combinatoria luliana*, en *Revista de Filosofía*, 12 (1953) 575-609, i vol. 13 (1954) 125-165, trad. de *Die Lullsche Kombinatorik*, en *Franziskanische Studien*, 34 (1952) 32-60; 377-407.

³ Erhard-Wolfram PLATZECK, *Raimund Lull. Sein Leben – Seine Werke. Die Grundlagen seines Denkens (Prinzipienlehre)*, 2 vols., Düsseldorf 1962-1964: vol. I, E. *Die Anwendung der allgemeinen lullischen Bedeutungslehre auf die Bedeutungsweisen der Sprache*, p. 383-392.

ciencia general expresada en un lenguaje de señas características reconocido igualmente por todo el mundo: he aquí la tarea inmensa de la vida leibniziana. Una tarea constantemente sentida, siempre emprendida de nuevo en muchos papeles y notas, y jamás llevada a fin!»⁴.

El professor Colomer marca una línia pionera: com es comuniquen el sistema lul·lià i el sistema de la informàtica. «Tothom sap que la informàtica s'assenta sobre aquesta doble base: la idea d'un càlcul lògic i la seva ulterior automatització. Ara bé, ambdues coses formen part, encara que d'una manera un xic rudimentària, del projecte de combinatòria que constitueix un element bàsic de l'Art lul·liana. *L'intent de Llull passà després a Leibniz*. La seva famosa *Dissertatio de arte combinatoria*, nascuda de la lectura de l'*Ars magna* [de Ramon Llull] i dels seus principals comentadors, comporta un canvi de perspectiva decisiu en l'enjudiciament del pensament de Llull. Leibniz és el primer a adonar-se de les possibilitats de futur que aquell contenia. El pensador alemany s'apropia la idea lul·liana d'un "alfabet del pensament humà" que funcioni, per dir-ho així, automàticament, mitjançant la combinació de lletres, i la relaciona amb la seva pròpia idea d'una "mathesis universalis", és a dir, d'una lògica concebuda com una matemàtica generalitzada»⁵. Colomer entén en aquest sentit les aportacions del matemàtic anglès George Boole⁶, ja que l'important per a Boole no és l'aplicació del càlcul a la lògica o que utilitzés un càlcul no quantitatiu – ja ho havien fet Ramon Llull i Leibniz –, sinó «that the validity of the processes of analysis does not depend upon the interpretation of the symbols which are employed, but solely upon the laws of their combination» (paraules inicials de la *Introduction*). Per a Boole la Lògica no és una abstracció, sinó una construcció formal que s'ha d'interpretar: «havia nascut la moderna lògica matemàtica»⁷. Aquesta nova Lògica, doncs, procedeix al revés de la Lògica tradicional:

⁴ PLATZECK, *Die Anwendung der allgemeinen lullischen Bedeutungslehre*, p. 142.

⁵ Eusebi COLOMER I POUS, *El pensament als països catalans durant l'Edat Mitjana i el Renaixement*, Institut d'Estudis Catalans – Publicacions de l'Abadia de Montserrat, Barcelona 1997, p. 86 i ss.; estudi anterior: *De Ramon Llull a la moderna informàtica*, en *EL*, 23 (1979) 113-135.

⁶ George BOOLE, *The Mathematical Analysis of Logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning*, Cambridge, London 1847; també a New York, 1948.

⁷ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 87.

no actua a partir d'unes proposicions lògiques abstretes, ans construeix primer un sistema formal, per després cercar-ne una interpretació: això constitueix un dels components dels sistemes informàtics. A dalt de tot, però, el primer a fer aquests intents es diu Ramon Llull.

La Lògica tradicional a partir d'Aristòtil d'Estagira (384-322 aC) comença per la mateixa gènesi del coneixement, a saber, primer el concepte intern de la ment humana, que és manifestat per termes, i s'estableix la relació entre dos conceptes que conformen un judici, la manifestació del qual serà la proposició, i s'acaba amb el raciocini entre dos o més judicis expressats amb argumentació, que és la dialèctica sobre els primers principis evidents i indemostrables; i, al final, s'arriba a la refutació dels sofismes possibles (cf. Aristòtil: *Anal. Pr.*, II, 57b, 4: sobre sil·logismes universals i particulars. *Anal. Post.*, I, 11, 77a: sobre la demostració basada en universals – no en formes independents dels particulars (crítica a les formes platòniques) –, la qual implica la llei de la contradicció.

Encara, Nadal Cañellas sobre Boole:

«Boole (1815-1864)... es uno de los científicos que desarrolló el pensamiento de Llull. Cuando, en 1847 y 1854, descubrió y formalizó las “leyes del pensamiento”, lo que básicamente hizo fue concebir el pensamiento como un conjunto de manipulaciones de conceptos expresados algebraicamente; en definitiva, lo que Llull había hecho en 1274, a pesar de que el mallorquín, a diferencia de Boole, creía que hacían falta no sólo manipulaciones (combinaciones) sino también un conjunto finito de verdades fundamentales con las que comenzar. Llull las llamó dignidades o “principios absolutos”... Para su funcionamiento agregó reglas manipulativas básicas (un precedente del cálculo relacional) y las sometió a un proceso de validación... Como Boole, pero 550 años antes, Llull creía firmemente que era posible tratar el pensamiento humano (el razonamiento lógico) de una manera simbólica y someterlo a procedimientos normalizados de control y seguimiento objetivo»⁸.

⁸ Juan NADAL CAÑELLAS, *Los jesuitas y el lulismo*, en *SL [=Studia Lulliana]*, 56 (2016) 35-51: 46; idees extretes de Ton SALES, *Ramon Llull, un informàtic sense saber-ho*, extracte de l'article *Llull com a informàtic avant-la-lettre*, en *Butlletí de l'Associació Catalana d'Intel·ligència Artificial* 10-11, Bellaterra 1997.

Ara bé, ¿què té de diferent l'Art de Ramon Llull en comparació amb la Lògica clàssica i la moderna lògica matemàtica? L'Art lul·liana és *inventiva*, no simplement deductiva, és a dir, que per mitjà de les figures «hom pot trobar la veritat d'una manera compendiada i contemplar i conèixer Déu, i adherir-se a les virtuts i extirpar de si els vicis. Aquesta Art ensenya també a proposar qüestions i a solucionar llur dubitació amb raons necessàries d'una manera breu» (3. *Ars compendiosa inueniendi ueritatem*, Mallorca, ca. 1274, Pròleg). I d'aquesta manera l'Art és com una porta a totes les ciències, i, «perquè l'intel·lecte humà està molt més instal·lat en l'opinió que en la ciència, perquè cada ciència té els seus principis propis, i diversos dels principis de les altres ciències, és per això que l'intel·lecte cerca i desitja que hi hagi *una sola ciència general per a totes les ciències* [*una scientia generalis ad omnes scientias*]. I això amb els seus principis generals, en els quals són implícits i continguts els principis de les altres ciències particulars, com el particular en l'universal. La raó d'això és perquè els altres principis siguin alternats i ordenats amb aquests mateixos principis, i també regulats, a fi que l'intel·lecte trobi repòs en les mateixes ciències a través de l'entendre veritable i sigui remogut i allunyat de les opinions errònies» (128. *Ars generalis ultima*, Lió, novembre, 1305 – Pisa, març, 1308, Pròleg, lín. 9-19). A més, l'Art difereix de la moderna lògica matemàtica, perquè té a veure amb les coses mateixes, no és purament formal, atès que l'intel·lecte no té cura només de conceptes i proposicions, sinó que també té un caràcter material, és a dir, en Ramon Llull es produeix una lògica real o ontològica⁹, de manera que la idea lul·liana és un antecedent a cercar en l'idealisme metafísic de Plató, segurament a través del pare del neoplatonisme Plotí (ca. 205-270) o d'Agustí d'Hipona (354-430), reafirma Colomer¹⁰.

Jean-Henri Probst havia també analitzat el realisme en el pensament de Ramon Llull i ho relacionà amb el problema dels universals, «quoiqu'il intéresse plutôt la métaphysique et la psychologie que la logique, mais la démonstration lullienne comme le Gran Art lui-même touchent

⁹ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 91.

¹⁰ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 91; també J. CARRERAS I ARTAU, *Raymond Lulle, un logicien et encyclopédiste du XIIIe siècle*, dins *Apports hispaniques à la Philosophie chrétienne de l'Occident*, Lovaina 1962, p. 38.

de près à la conception que se fait Lulle des universaux»¹¹, i, tot citant la qüestió 86. *Si els cinc universals i els deu predicaments són alguna cosa realment fora de l'ànima* de l'obra 45. *Quaestiones per Artem demonstratiuam seu inuentiuam solubiles* (París/Montpeller, 1289-1291), afirma que «els cinc universals i els deu predicaments són quelcom de real a l'exterior de l'ànima».

Colomer cita Bonner per la qualificació que fa del sistema lul·lià quan aquest escriu: «dans ce chapitre entrent son *réalisme extrême*, aspect bien connu depuis l'étude classique de J.-H. Probst, la nouvelle ontologie lullienne souligné récemment par Vittorio Hösle, avec les mécanismes des dignités divines, leur activité (exprimée par le système des corrélatifs), les diverses échelles de l'être et de la connaissance»¹². Hi ha divergència entre l'*Art* i la moderna lògica matemàtica: Ramon Llull designa els elements de les combinacions amb lletres que substitueixen conceptes amb significat múltiple segons el respectiu context, i els actuals lògics s'afermen al formalisme reglat, tal com Boole el va expressar: «la validesa dels processos d'anàlisi no depèn de la interpretació dels símbols en ella emprats, sinó exclusivament de les lleis que regulen llur combinació»¹³.

Hi ha, encara, una coincidència interna: el càlcul modern admet l'equivalència dels elements a combinar, sense considerar-los iguals, «sinó únicament que cadascun d'aquests elements té el mateix dret de seguir-ne i substituir-ne a qualsevol altre»¹⁴, i això és el que s'esdevé en les lletres de la primera figura lul·liana (Figura **A**), i «llur expressió lul·liana es troba en la demostració *per aequiparantiam*, el pressupòsit de la qual és justament l'estricta equivalència de les dignitats»¹⁵. Els elements de les altres combinacions lul·lianes deixen de ser equivalents, i això passa perquè Ramon Llull intentava «matematitzar i mecanitzar el pensament - és amb tota raó que E. Bloch anomena l'Art «unes botes de

¹¹ Jean-Henri PROBST, *Caractère et origine des idées du Bienheureux Raymond Lulle (Ramon Lull)*, Toulouse 1912, p. 83.

¹² A. BONNER, *La logique dans l'Art de Raymond Lulle*, en *Cahiers de Fanjeaux* 22, Toulouse 1987, p. 302.

¹³ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 108; Joseph M. BOCHENSKI, *Historia de la lógica formal*, Madrid 1985, p. 293.

¹⁴ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 109.

¹⁵ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 109-110.

mil llegües, tècnicament fabricades del concepte deductiu» (E. BLOCH, *Das Prinzip Hoffnung*, I, Frankfurt 1959, p. 760)»¹⁶, fet d'autèntica genialitat. I Colomer conclou irònic:

«No serà de més adduir a aquest respecte un fet ben significatiu. Si hom introdueix una determinada paraula clau en el calculador electrònic de la Casa Siemens de Berlín, se li encén un programa d'ensinistrament, el títol del qual fa: “*Ars magna*. Autor: *Raymundus Lullus* (entorn del 1300)”. Un programador ha traduït el model lògic lul·lià al llenguatge dels computadors Cobol i Assembler. I el programa funciona!»¹⁷.

Encara cal afegir la bibliografia recollida a l'estudi de Colomer¹⁸: P. BEXTE - X. KÜNZEL, *Lullus oder was der Computer im Mittelalter konnte*, en *Frankfurt Allgemeine Magazin* 472, 28 d'octubre de 1988, i W. KÜNZEL - H. CORNELIUS, *Die Ars generalis ultima des Raymundus Lullus: Studien zu einem geheimen Ursprung der Computertheorie*, Berlín 1991⁵. Künzel parla de “Hardware” per al conjunt de l'alfabet i de les figures lul·lianes, i de “Software” per a les possibilitats funcionals, sobretot les de les regles. En aquest cas, però, penso que encara es pot concretar més i dir que, en el primer format de l'art lul·liana (anys 1274-1289), el “Hardware” bàsic equivaldria a la Figura S^{Intel·lecte}, que es basa en els instruments que fan possible l'exercici de la racionalitat, que estan en un estat passiu, i també a totes les figures de les ciències particulars, mentre que el “Software” seria la Figura T^{Principis/Significats} juntament amb la figura dels quatre elements.

John R. Welch remarca que Leibniz «claimed that “a kind of alphabet of human thoughts can be worked out and that *everything can be discovered and judged by a comparison of letters of the alphabet and an analysis of the words made from them*” (LEIBNIZ, *Mathematische Schriften*, C.I. Gerhardt, Berlin and Halle, 1849-63; reed. Darmstadt, Hildesheim 1962, vol. 7, p. 185)»¹⁹. I encara: «Leibniz, in fact, was the first to use the term 'combinatorial' in its modern sense... Llull anticipated Leibniz

¹⁶ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 110.

¹⁷ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 110.

¹⁸ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 110-111, nota 52.

¹⁹ JOHN R. WELCH, *Llull and Leibniz: the Logic of Discovery*, en *Catalan Review*, 4 (1990) 75.

in the belief that human reason was a matter of combining a few primitive notions. To specify these notions, Llull devised a conceptual alphabet which, he believed, limned the basic structure of the universe»²⁰, i s'anticipà a Leibniz en reconèixer que semblant alfabet era la clau per a una lògica de la descoberta, i Welch insisteix a dir que «the combinatory and analytic parts of Leibniz's *ars inveniendi* are clearly prefigured in the alphabet's function. Combining the "letters" of the alphabet, which were in fact words, produced "words", which were (roughly) sentences»²¹. A continuació, Welch escriu les combinacions numèriques possibles de l'alfabet segons Leibniz, per endinsar-se breument en la *Taula general* i afirmar: «the table was designed with two different functions in mind: to automatically provide a middle term for a sound categorial syllogism on any subject whatsoever, and to exhaustively tabulate the ternary combinations of the first two columns of the alphabet»²². Welch reconeix que l'art lul·liana adquireix automatisme - ja Colomer ho va manifestar -, però creu que hi ha dos punts a considerar, 1) que les combinacions lul·lianes no tenen repeticions (BCDT / BCCT), que incloses donarien uns triplets de 729 (diu que Prandl així ho reconeixia: *Geschichte der Logik im Abendlande*, Leipzig 1867, reed. Graz, Akad. Druck-u. Verlagsanstal, 1955, vol. III, p. 162, n. 90), no de 84, i 2) que no reconeix la diferència entre les variables (BCD = DCB: la Bondat és tan gran com l'Eternitat / l'Eternitat és tan gran com la Bondat) i, a més, «ignores the fact that there are 5 other ways of ordering the variables and 5 other equally legitimate interpretations... BDCT / CBDT / CDBT / DBCT / DCBT»²³ (p. 82). Ramon Llull, doncs, calcula només el nombre de combinacions, si bé «what he should have done, however, is to calculate the number of *permutations* of the values taken 3 at a time: $6! / 3! (6-3)! = 20...$ Since the problem is not the ternary combinations of 9 variables, but the ternary permutations of their 18 values, a corrected table would have $18! / (18-3)! = 4.896$ compartments»²⁴.

²⁰ WELCH, *Llull and Leibniz*, p. 76.

²¹ WELCH, *Llull and Leibniz*, p. 77.

²² WELCH, *Llull and Leibniz*, p. 79.

²³ WELCH, *Llull and Leibniz*, p. 82.

²⁴ WELCH, *Llull and Leibniz*, p. 82-83.

Per una computació dels conceptes-símbols i dels nombres-símbols (o numerals), amb una anàlisi de l'art combinatòria lul·liana i del llenguatge aritmètic de Leibniz, juntament amb l'àlgebra combinatòria de Boole, vegeu Sara L. Uckelman²⁵.

Crossley reacciona a partir del menyspreu que Prantl va manifestar per l'*Art* lul·liana²⁶, tot reflexionant sobre els motius que van portar Ramon Llull a fer la seva *Art*, la conversió dels no-cristians per raonament lògic, per entitats metafísiques i lògiques, d'aquí la necessitat de l'ús d'una tecnologia i d'un llenguatge propi, i d'unes figures per la mescla de principis, o axiomes, lògics i ontològics, i amb l'ús de regles:

«It was Bonner who... first noted that Llull was using binary and ternary relations... Llull appears to be the first person to introduce binary and ternary relations as opposed to predicates. Before that time, and certainly in Aristotle, predicates were only unary. Although Llull does not directly allow arbitrary binary and tertiary relations, indeed he severely restricts them, nevertheless he does give schemata, which therefore means that there are several different relations»²⁷.

La qüestió sobre quina és l'aportació de l'*Art* lul·liana a la informàtica moderna sembla prendre cos en les disquisicions del professor Sales des de fa ja anys²⁸. Sales puntualitza deu aspectes, en tots els quals hi ha un precedent, amb més o menys intensitat, de les aportacions lul·lianes al procés informàtic. 1) Raonament lògic admès com a càlcul des dels anys 1920 i mecanitzat als anys seixanta, si bé Thomas Hobbes (1588-1679) i Gottfried Leibniz (1646-1716) ja ho van preveure, i la *calculabilitat* del pensament era fer rea-

²⁵ Sara L. UCKELMAN, *Computing with concepts, computing with numbers: Llull, Leibniz and Boole*, dins F. Ferreira, B. Löwe, E. Mayordomo, L. M. Gomes eds., *Programs, Proofs, Processes*, CiE 2010 – Lecture Notes in Computer Science, vol. 6158, Springer, Berlin, Heidelberg, p. 427-437.

²⁶ 'Worthless' (John N. CROSSLEY, *Ramon Llull's Contributions to Computer Science*, dins *Ramon Llull. from the Ars Magna to Artificial Intelligence*, Artificial Intelligence Research Institute, IIIA, CSIC, Barcelona 2011, p. 39); 'Querkopf' (Carl von PRANTL, *Geschichte der Logik im Abendlande*, München 1867, vol. 3, p. 146, nota 1); 'Halb-Narre' (PRANTL, *Geschichte der Logik*, p. 156, nota 77).

²⁷ CROSSLEY, *Ramon Llull's Contributions*, p. 49.

²⁸ Ton SALES, *La informàtica moderna, hereva intel·lectual directa del pensament de Llull*, en *SL*, 38 (1998) 51-61.

litat el somni de Ramon Llull. 2) Sales recorda la doctrina de George Boole (1815-1864) sobre les “lleis del pensament”, per tal de manipular-lo algebraicament, cosa que Ramon Llull va voler representar amb les dignitats, és a dir, amb els *axiomes*, amb les *regles*, els *subjectes*, les *virtuts* i els *vicis* que per mitjà de figures i símbols sotmetia a procediments objectius de control. 3) La idea de Mètode, que inclou la idea del “procediment efectiu” de David Hilbert (1862-1943) o la d’algorisme (*màquina*) d’Alan Turing (1912-1954). 4) Idea d’Anàlisi Lògica per penetrar en els secrets de Déu i de la natura, per tal d’arribar a la fe, és a dir, per raonar la fe i justificar les creences, procediment que anticipava la idea moderna (1955) dels taulers semàntics. 5) Idea d’Heurística i de Deducció, és a dir, cercar i demostrar les veritats. 6) Idea de Sistemes Generatius: disposar d’un conjunt finit de regles i un altre també finit de veritats bàsiques o *axiomes*, i de tots ells generar, potser infinitament, veritats derivades, fet que Ramon Llull havia experimentat amb el que se’n diu *gramàtica* (conjunt de regles), de la qual es genera el llenguatge. 7) Idea de Graf: connexió de línies conceptuals per derivar-ne conseqüències, anomenat ara *graf* (eina matemàtica de punts i fletxes per representar estructures relacionals), que en Ramon Llull era una taula de doble entrada en format de xarxa semàntica, que s’executava com si fos un programa descobridor de veritats. 8) Idea dels Taulers: un que funcionava cap endavant i els conceptes s’hi combinaven amb una conclusió per analogia, però, si eren negatius, la veritat cercada era refutada; aquesta anticipació lul·liana no tingué cap influència posterior, assegura Sales. 9) Idea de la Xarxa Conceptual: amb la finalitat d’interpretar dinàmicament i de manera combinatòria els conceptes, prefiguració dels grafs conceptuals i de les xarxes semàntiques: «per Llull, saber què volia dir un concepte equivalia a seguir-ne les associacions i explorar-ne les conseqüències»²⁹. 10) Idea dels Diagrames: representen conceptes a base de cercles, superposats i intersecats, que els editors de Ramon Llull ja havien proposat des del segle XVI. El professor Sales explicita encara el tema computacional en *Llull as Computer Scientist, or Why Llull Was One of Us*, a ARTS’97. LNCS, edd. M. Bertran, T. Rus, vol. 1231, Springer, Heidelberg 1997, p. 15-21.

Un dels darrers estudis sobre les influències que ha exercit l’*Ars Magna*: Sara Muzzi i Xavier Calpe, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri: el Ars*

²⁹ SALES, *La informàtica moderna*, p. 56.

magna *como lógica espiritual y como método de misión*³⁰. Aquest estudi analitza les aportacions dels filòsofs Zubiri i Leibniz, i marca el procés lineal històric amb revisió de les fases de la lògica simbòlica i matemàtica, del racionalisme medieval i modern, de l'averroisme llatí per concloure amb la proposta d'una lògica espiritual lul·liana de coneixement i de missió.

Diu Zubiri:

«No seré yo quien niegue valor a esta audaz concepción perseguida con anhelo desde Leibniz i quizá desde Raimundo Lulio. Tiene la indiscutible ventaja de sistematizar rigurosamente esta difícil parte de Lógica. Tan sólo tendré de excluir mi adhesión en el caso, nada raro, de querer hacer de la Logística toda la Lógica; porque, por muy grande que sea la utilidad del simbolismo, no habrá de olvidarse nunca que su valor es de pura utilidad y no de verdad»³¹.

Zubiri, doncs, valora la sistematització que el sistema lul·lià confeïx a la Lògica simbòlica o Logística, amb inclusió del simbolisme matemàtic, si bé aquest simbolisme no arriba a traduir l'essència de la Lògica. Això no obstant,

«nosotros creemos que esta crítica de Zubiri a la lógica simbólica o de relación, justificada en el caso de Leibniz, no se puede quizás aplicar al Arte luliano. Pensamos más bien, como Bonner, que Llull utiliza la predicación en un sentido platónico y no aristotélico, es decir, que cuando dice “la bondad es grande” no nos presenta dos cosas diferentes, un sujeto y un predicado, unidos por una cópula, sino la Forma “bondad” y la Forma “grandeza” combinada en lo que Zubiri llamaría “el complejo bondad-grande”, que sería el sujeto lógico formado por estos dos “objetos”»³².

Muzzi i Calpe assenyalen que la lògica aristotelicoescolàstica és formal, de segona intenció, i no pot demostrar una veritat transcendent, perquè no accedeix al tercer grau de coneixement, és a dir, l'intel·lectual de

³⁰ Sara MUZZI i Xavier CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri: el Ars magna como lógica espiritual y como método de misión*, en *Estudios franciscanos*, 117 (2016) 543-586.

³¹ Citat per MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 559; Xavier ZUBIRI, *Primeros escritos (1921-1926)*, Alianza Editorial, Madrid 1995, p. 325-326.

³² MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 561.

les coses intel·lectuals³³, en canvi la lògica lul·liana és natural i de 'primera intenció' que cerca unir l'aspecte natural de les coses amb la lògica formal. Anthony Bonner està en la mateixa línia, atès que «el sistema luliano... estudia la realidad (platónica) para acceder a las estructuras ontológicas. Y... fue Leibniz quien una vez dijo que si alguien lograba sistematizar el pensamiento de Platón prestaría un gran servicio a la humanidad. Y Bonner cree que... es quizás precisamente eso lo que hizo Ramón Llull»³⁴. Els autors contempen en l'obra lul·liana una lògica espiritual³⁵, una *Art* com a mètode de missió³⁶, «el Arte luliana no nace en la atmósfera racionalista de Leibniz. [...] no nace tampoco en esa atmósfera racionalista medieval de tradición averroísta, ya que sabemos que Llull la combatió enérgicamente. Nace, como decía Oriol Pi de Cabanyes, “dentro de la tradición del espiritualismo franciscano”»³⁷, és a dir, en la línia que Tomàs Carreras Artau, amic de Zubiri, ja havia precisat: l'*Art* és basada en «l'estirp fonamentalment franciscana».

2. Finalitat de l'Art lul·liana

Ramon Llull és a les files dels filòsofs, i això vol dir comprensió de la realitat i objectius a dur a terme, «por eso mismo la filosofía es plural y en gran parte biográfica. Y es en esta parte biográfica donde casi siempre se encuentra el tono de la reflexión filosófica»³⁸. El filòsof, doncs, per mitjà de la *uisió*, vol desentranyar la *significació* per obtenir l'*aprehensio rerum* i acabar en la mateixa *significació*, que Ramon Llull esclarirà per mitjà de la imatge de l'escala. El professor Gayà incideix en la importància ontològica de la Figura elemental, que supera la multiplicació de figures que proposava el *Llibre de contemplació en Déu*, en tant que assenyalava tots els llocs

³³ MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 563-567.

³⁴ MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 564-565; A. BONNER, *Ramon Llull: relació, acció, combinatòria i lògica moderna*, en *SL*, 34 (1994) p. 66.

³⁵ MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 568-574.

³⁶ MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 574-577.

³⁷ MUZZI-CALPE, *Ramón Llull visto por Xavier Zubiri*, p. 583.

³⁸ Jordi GAYÀ, *El arranque filosófico del Ars luliana*, a *Constantes y fragmentos del pensamiento luliano*, dins *Actas del simposio sobre Ramon Llull en Trujillo, 17-20 septiembre 1994*, ed. Fernando Domínguez – Jaime de Salas, Beihefte zur Iberoromania 12, Tübingen 1996, p. 2.

possibles dels elements i amb ella es pot arribar a l'*inuenire* de la veritat de la realitat, i això, «aplicándolo a la universalidad del Arte, podemos decir que ésta nos ayuda a encontrar la explicación/demostración de todo lo real antes de su aparición empírica, porque se funda no en la figura que de la cosa percibimos, sino en las *proprietats e qualitats* que necesariamente esta figura deberá incorporar. Lo primero es ciencia, lo segundo es Arte»³⁹. I tot dirigit a restaurar la integritat de la fe, de manera que Ramon Llull «emprendió la búsqueda de un método y elaboró el recurso demostrativo de las *figuras*. La *figura* luliana se forma a partir de las *proprietats e qualitats* – en esto consiste la *significació* – según los principios que derivan del *or-donament* de la realitat/creación. Comprender la *significació* según estos principios constituye la *demonstració*»⁴⁰.

El professor Tomàs Carreras ja havia assenyalat:

«Avui es fa justícia a l'intent audaç de l'autor de l'*Ars magna*, fins al punt de considerar el filòsof mallorquí el precursor de Leibniz i de la nova disciplina coneguda actualment amb els noms de lògica formal i lògica matemàtica o simbòlica, els fonaments de la qual han posat L. Couturat, a França, [Alfred N.] Whitehead i B. Russell, a Anglaterra, Frege, Dedekind, Schröder i Hilbert, a Alemanya, i Peano i Burali-Forti, a Itàlia. La crítica ha canviat radicalment de criteri. Avui no podem llegir, sense protesta, els judicis de Prantl i Renan, que tenien per un al·lucinat R. Llull, ni els de Littré i Hauréau, repetidors d'aquells dos autors, els quals qualificaren de garbuix (*fatras*, p. 3) l'*Ars magna*, bo i proclamant que ella ha mort per sempre. Assistim actualment a una revaloració de l'art lul·liana, tan més impressionant, perquè ella es vindica, amb singular predilecció, la Combinatòria, qualificada com «allò essencial, allò que és nou i característic de l'art lul·liana». Per corroborar aquesta assertió, podríem transcriure alguns actuals i molt autoritzats judicis de matemàtics, filòsofs i historiadors de la Filosofia: de Couturat, de W. Kabitze, de Clemens Bäumer, de G. Geyer, de Walter Brand i Marie Deutschbein, d'E. Gilson, de Jacques Chévalier, d'E. R. Jaensch, de Reinhard Kynast, d'E. Platzeck i altres»⁴¹.

³⁹ GAYÀ, *El arranque filosòfic*, p. 7.

⁴⁰ GAYÀ, *El arranque filosòfic*, p. 8.

⁴¹ Tomàs CARRERAS I ARTAU, *L'obra i el pensament de R. Llull*, Obres Essencials, vol. 1, Barcelona 1957, p. 55-68 (esp. p. 64).

D'altra banda Ramon Llull seguí el camí del seu contemporani Roger Bacon, però d'una manera original, segons paraules de Kurt Flasch escrites força anys després del Carreras⁴², i la seva obra manifesta la riquesa d'interessos de l'època, i, encara que no es trobi citat en molts estudis sobre el pensament medieval, consta que fou font essencial per a Giordano Bruno i Nicolau de Cusa, fou criticat per Descartes i estudiat per Leibniz. Ramon Llull concebé la realitat com a inabastable si es compara amb l'objectiu de la Lògica formal tradicional, que ell intenta ultrapassar servint-se d'una terminologia reestructurada, o, millor dit, procura unir Lògica i Metafísica segons l'anàlisi dels conceptes fonamentals tot defensant que eren intercanviables, és a dir, que

«les mateixes estructures que creiem trobar en Déu – les anomenades dignitats (*dignitates*) – les hem de trobar també presents en el món. En darrer terme, la reforma de la lògica empresa per Llull perseguia – salvades les innegables diferències, és clar – el mateix objectiu que perseguí la lògica de Hegel: “la representació de Déu, tal com ell és en el seu ésser etern, abans de la creació de la naturalesa i de l'esperit finit”»⁴³.

I tot això promogut per l'objectiu de convertir els infidels i de millorar la societat. En el cas de l'aplicació de ginyes calculadors per explicar les veritats teològiques, remarca Flasch que

«la tècnica no era filosòficament neutral; pressuposava una operació feta a partir del neoplatonisme inherent a l'anàlisi de les *dignitates*. Cal interpretar Llull tenint en compte aquests pressupòsits i sense adscriure'l excessivament a la moderna informàtica. Ara bé, no hi ha dubte que la seva combinatòria operava amb pensaments matematitzats... La lògica que Llull volia elaborar no era formal, sinó material, metafísica. Això no obstant, el llenguatge artificial que inventà per a la seva combinatòria és un sistema secundari de signes que permet fer operacions estrictament formals»⁴⁴.

⁴² Kurt FLASCH, *El pensament filosòfic a l'Edat Mitjana – Das philosophische Denken im Mittelalter*, Stuttgart 2000; ed. trad. Josep Batalla, Santa Coloma de Queralt 2006, p. 389-402.

⁴³ Citat per FLASCH, *El pensament filosòfic*, p. 397; G. W. E. HEGEL, *Wissenschaft der Logik*, Einleitung. Allgemeiner Begriff der Logik, ed. Suhrkamp 5, 44.

⁴⁴ FLASCH, *El pensament filosòfic*, p. 398.

A més, enfront encara de la filosofia general que no donava cabuda al concepte 'relació', Ramon Llull introduí els 'correlatius', una terminologia amb morfologia pròpia, per tal d'expressar que el bé perfecte no és estàtic, té tres moments, el causatiu, el causable i la unió d'aquests dos, de manera que

«no podem aïllar cap d'aquests tres moments... Cap d'aquests tres moments no és secundari... A l'origen hi ha la unitat i no necessitem cap mediació per a arribar-hi; la realitat és la mediació. La realitat és essencialment... relacional... Quant a la doctrina lul·liana dels correlatius, representà una nova manera d'esguardar el món i no solament una instància apològica»⁴⁵.

I, finalment, quant a la unió de les religions, Ramon Llull ho entenia com un diàleg filosòfic, a fi que l'infidel es convertís a un cristianisme convenientment racionalitzat, tot prenent assolir una filosofia del cristianisme:

«la veritable religió és aquella per a la qual creador i creatura no formen una dualitat, sinó una unitat. L'Encarnació representa la unitat màxima entre la causa i el seu efecte... Si Déu no s'hagués encarnat, no hauria dut a la perfecció tot allò que és inclòs en el concepte de Déu. Déu s'havia d'encarnar necessàriament per tal que el món esdevingués racionalment comprensible... L'Encarnació és racional, perquè Déu no decidí casualment fer-se home per tal de reparar els efectes del pecat, sinó... a fi de manifestar de la manera més completa i harmònica possible la seva natura correlativa»⁴⁶.

Finalment Flasch conclou el seu recorregut lul·lià remarcant que

«la nova consciència metodològica de Llull revelava el seu interès per l'experiència humana i per la renovació de la filosofia i de la ciència, uns aspectes que avui dia no sempre són prou valorats pels expositors del seu pensament, que massa sovint els negligeixen enfront dels trets religiosos, teològics, místics i tot. Així, hom tendeix a interpretar la seva polèmica contra Aristòtil o contra Averrois com si hagués estat només el resultat d'una decisió teològica. En realitat, Llull criticava Aristòtil per la seva manca d'*intellectus*, una mancança que ell es veia obligat a denunciar»⁴⁷.

⁴⁵ FLASCH, *El pensament filosòfic*, p. 398-399.

⁴⁶ FLASCH, *El pensament filosòfic*, p. 401.

⁴⁷ FLASCH, *El pensament filosòfic*, p. 401; 188¹. *Liber de ente quod simpliciter est per se et propter se existens et agens* (París, setembre, 1311): «Aristoteles fuit sensibilis et

3. Contorns [pseudo-]automàtics en l'Art lul·liana

L'Art lul·liana adopta, a partir de 1293-1294, uns sistemes matemàtics que li permeten un funcionament gairebé automàtic, i adopta un perfil independent i franc de tota previsió conceptual: la veritat depèn d'una estructura lògica⁴⁸. Amb tot, el sistema combinatori aplicat fins al moment compartirà l'espai metodològic o conservarà la seva total autonomia.

Ramon Llull contactà amb els professors de Medicina de la Universitat de Nàpols i, en la mateixa conjuntura, demanà als matemàtics una fórmula amb constants i variables que augurés una expressió algebraica de la seva *Art*, en part emancipada dels imperatius de la lògica clàssica, tot i ser bon coneixedor del rigor d'aquesta. Hi ha dues obres lul·lianes fonamentals - poc conegudes, en general, per llur intricat embalum - per a poder formar-se una imatge plena de l'Art lul·liana: 29. *Introductoria Artis demonstratiuae* (Montpeller 1283-1285) i 40. *Compendium seu commentum Artis demonstratiuae* (París 1288-1289). Aquestes dues obres quedaran reduïdes i absorbides en la 44. *Ars inuentiua ueritatis* (Montpeller 1290).

Els precedents gràfics del 2. *Llibre de contemplació en Déu* formen una primera fase diagramàtica juntament amb la 3. *Ars compendiosa inueniendi ueritatem* (Mallorca, ca. 1274), composta per set figures geomètriques, circulars, amb principis que combinen entre ells, amb quadrats i triangles interiors en elles.

Complement de la Figura T és la Figura dels elements, dita també segona Figura T, i les regles naturals dels elements són aplicables a qual-sevol temàtica, ja sigui teològica com filosòfica i física. Exemple rellevant d'aquest ús és el 39. *Liber Tartari et Christiani seu Liber super Psalmum 'Quicumque uult'* (Roma, 1288; MOG IV, 1729; TOLRL 4, 2016).

imaginabilis, Aueroes commentator eius negauit resurrectionem, quae non est obiectum sensus nec imaginationis, sed tantum intellectus» (ROL VIII).

⁴⁸ Jordi PUIGDOMÈNECH, *Ramon Llull: Passió i reflexió*, Edicions Documenta Balear, Palma 2016, p. 120.

FIGURA ELEMENTAL							
Primera figura: Foc				Tercera figura: Aigua			
Foc	Aire	Aigua	Terra	Aigua	Terra	Aire	Foc
Aire	Foc	Terra	Aigua	Terra	Aigua	Foc	Aire
Aigua	Terra	Foc	Aire	Aire	Foc	Aigua	Terra
Terra	Aigua	Aire	Foc	Foc	Aire	Terra	Aigua
Segona figura: Aire				Quarta figura: Terra			
Aire	Foc	Aigua	Terra	Terra	Aigua	Aire	Foc
Foc	Aire	Terra	Aigua	Aigua	Terra	Foc	Aire
Aigua	Terra	Aire	Foc	Aire	Foc	Terra	Aigua
Terra	Aigua	Foc	Aire	Foc	Aire	Aigua	Terra

El professor Ruiz Simon argumenta que la paraula *inveniendi* del títol d'aquesta obra evoca una *ars inveniendi* que, segons la tradició medieval, denominava la Dialèctica, mitjà articulat per a trobar arguments – fet que remet als *Tòpics* d'Aristòtil⁴⁹, mentre que la part consecutiva, la de les qüestions, tot argumentant sobre la Dialèctica amb principis veritables i evidents, raonen sobre qualsevol tema, i així arriba a constituir-se com una ciència de ciències, com és l'*ars artium* de Ramon Llull.

El segon tipus d'enginy aplicat al mètode de pensar en la recerca de la veritat correspon a formes naturals, en la mesura que responen a paradigmes geomètrics incontrovertibles, i consisteix a donar valors metafísics a estructures arbòries, on cada part, arrels, troncs, branques, etc. reben una avaluació filosòfica, ètica, teològica, antropològica, etc.⁵⁰.

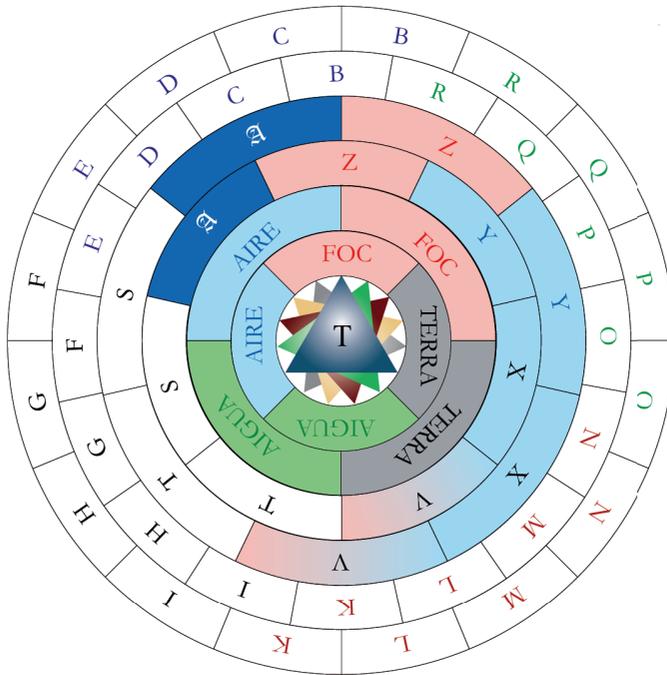
L'obra 12. *Ars uniuersalis* (o *Lectura Artis compendiosae inveniendi ueritatem*, Mallorca 1276) introdueix per primer cop figures mòbils – afegides a les set anteriors –, que són la particular, la general i la universal, aquestes dues darreres compostes d'un cercle fix i d'un de mòbil.

Uns deu anys després del primer artifici, Ramon Llull fa una tercera redacció de la seva *Art*, on amplia el nombre de figures fins a dotze, i totes elles quedaran concentrades en la Figura demostrativa: és l'obra 27.

⁴⁹ Josep Maria RUIZ SIMON, *Quomodo est haec Ars Inventiva?»* (*L'art de Llull i la dialèctica escolàstica*), en *SL*, 33 (1993 [1995]) 78.

⁵⁰ 11. *Llibre del gentil i dels tres savis* (Mallorca 1274-1276); citat al 2. *Llibre de contemplació en Déu*, cap. 11, 28-29; també cap. 77, 3, 188, 24 i 366, 18.

Art demonstrativa / Ars demonstratiua (Montpeller, ca. 1283; ORL XVI, 1932; ROL XXXII, 2007), que conté la primera figura/màquina mòbil pròpiament dita – la Figura demostrativa –, és a dir, irromp plenament en el sistema de la combinatòria conceptual amb mecanització regulada per cercles giratoris (lletres B-R, les figures **A**STVXYZ i els quatre elements):



SEGONA FIGURA DEMOSTRATIVA

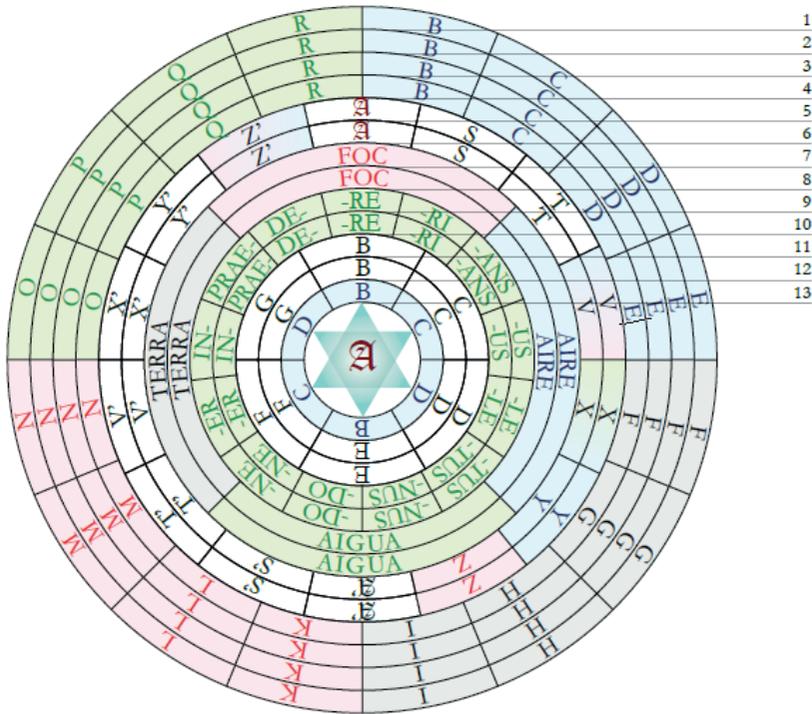
A A	SS	TT	VV	XX	YY	ZZ
A S	ST	TV	VX	XY	YZ	
A T	SV	TX	VY	XZ		
A V	SX	TY	VZ			
A X	SY	TZ				
A Y	SZ					
A Z						

Ramon Llull fa una quarta redacció de l'Art, és a dir, la 29. *Introductoria Artis demonstratiuae* (Montpeller 1283-1285; MOG III, 1722), amb una finalitat totalment propedèutica, amb setze figures en total, les mateixes de l'obra 27. *Art demonstrativa*, ampliades amb les anomenades segones figures i amb la incorporació de la 13. Figura derivativa, la 14. Figura de la influència, la 15. Figura final o dels fins i la 16. Figura universal (inclou totes les figures):

16. Figura universal

(creada a la 12. *Ars uniuersalis*

o *Lectura Artis compendiosae inueniendi ueritatem*, Mallorca 1276)

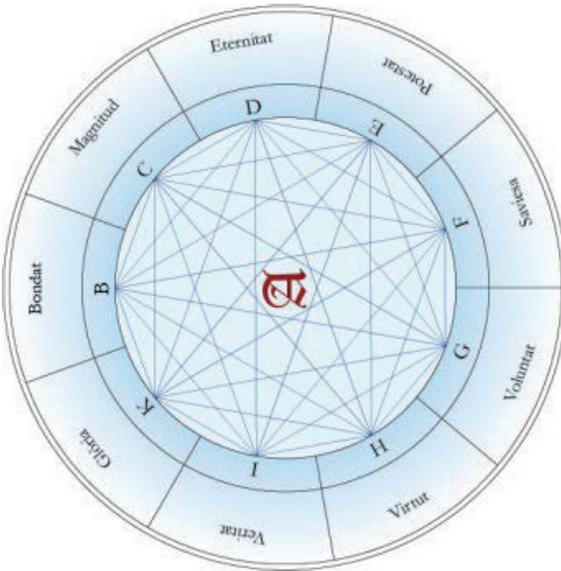


En aquesta obra, Ramon Llull no s'està de recomanar que es facin les figures de la manera més apropiada possible al fi que persegueix cada ciència, i referint-se a les figures circulars, comenta: «fem les figures circulars, per a significar que comprenen tota la ciència, car la figura

circular és la figura més capacitada, si bé també foren inventades, les circulars, perquè per llur bellesa l'ànima es delecti més a l'hora de discórrer per elles» (MOG III, p. 67), i adverteix que es vagi amb compte a elegir unes altres figures i a menystenir les que ja es tenen: «Encara més, la màxima utilitat d'aquesta *Art* és que, **en pocs mitjans, ensenya a veure infinites coses: aquell, doncs, qui intenti adjuntar-hi una multitud de figures a les figures ja prescrites, amb la voluntat de posseir l'*Art*, no la vol pas tenir, i, pensant-se operar fàcilment per mitjà d'ella, serà evacuat per ella: d'aquí que jo no aprovo l'addició de figures, si no és, potser, d'unes poques per a l'explicació de les ja prescrites» (29. *Introductoria Artis demonstratiuae*, MOG III, p. 67-68).**

Retornat a Montpeller des de París, Ramon Llull redacta la 44. *Ars inuentiua ueritatis* (Montpeller 1290; ROL XXXVII, 2014; Segona fase de l'Art 'ternària'; 1290-1308), que és la cinquena remodelació de la seva *Art*, i implica una nova configuració en tant que les figures queden reduïdes a quatre: 1. Figura I (A), amb nou principis absoluts, 2. Figura II (T), principis absoluts amb principis relacionals, 3. Figura III, amb 36 cambres, 4. Figura IV, amb tres cercles, dos de mòbils, i un alfabet (B-K: principis absoluts, relatius, regles i qüestions), una estructura que ja romandrà per sempre més.

Figura I (A^De^u)



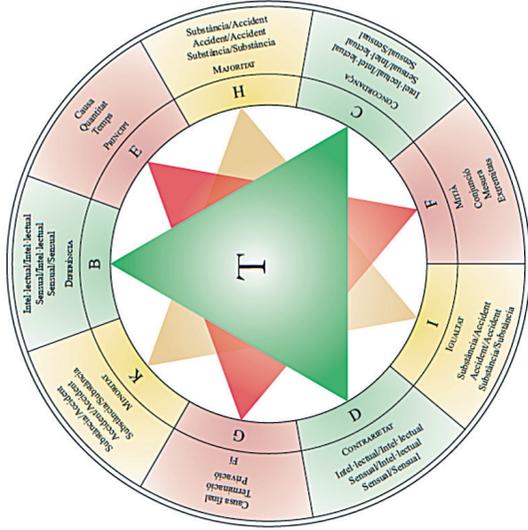
Alfabet de l'Art

B	Fig. A Bondat Magnitud Eternitat Potestat Saviesa Voluntat Virtut Veritat Glòria	Fig. T Diferència Concordança Contrarietat Principi Mitja Fi Majoritat Igualtat Minoritat	Qüestions Si/ <i>Utrum</i> Què/ <i>Quid</i> De què/ <i>De quo</i> Per què/ <i>Quare</i> Quant/ <i>Quantum</i> Quin/ <i>Qualis</i> Quan/ <i>Quando</i> On/ <i>Ubi</i> Com/ <i>Quomodo</i> Amb què/ <i>Cum quo</i>
B	Subjectes Dèu Àngel Cel Home Imaginativa Sensitiva Vegetativa Elementativa Instrumentativa	Virtuts Justícia Prudència Fortalesa Temperança Fe Esperança Caritat Paciència Pietat	Vicis Avarícia Gola Luxúria Superbia Acèrdia Enveja Ira Mentida Inconstància

Aquesta figura comprèn els nou 'principis absoluts' de l'Art lul·liana, que són els axiomes atribuïts al creador, el qual és emmirallat a cada nivell de la creació; les quaranta-cinc cambres que els contenen són llur combinació binària, talment com assenyalen les setranxa-dues línies entrecruades de la figura rodona.

Figura II (T) Principis/Significats

B. Bondat	E. Potestat	H. Saviesa	C. Magnitud	F. Saviesa	I. Veritat	D. Eternitat	G. Voluntat	K. Glòria
B. Diferència	E. Principi	H. Majoritat	C. Concordança	F. Mitjà	I. Igualtat	D. Contrarietat	G. Fi	K. Minoritat
B Bondat B Diferència /	E Potestat E Principi /	H Saviesa H Majoritat /	C Magnitud C Concor. /	F Saviesa F Mitjà /	I Veritat I Igualtat /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat
B Bondat B Diferència /	H Saviesa H Majoritat /	C Magnitud C Concor. /	F Saviesa F Mitjà /	I Veritat I Igualtat /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat	
H Saviesa H Majoritat /	E Potestat E Principi /	C Magnitud C Concor. /	I Veritat I Igualtat /	F Saviesa F Mitjà /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat	
B Bondat B Diferència /	E Potestat E Principi /	H Saviesa H Majoritat /	C Magnitud C Concor. /	F Saviesa F Mitjà /	I Veritat I Igualtat /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat
C Magnitud C Concor. /	F Saviesa F Mitjà /	I Veritat I Igualtat /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat			
B Bondat B Diferència /	I Veritat I Igualtat /	F Saviesa F Mitjà /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat			
F Saviesa F Mitjà /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat					
B Bondat B Diferència /	I Veritat I Igualtat /	F Saviesa F Mitjà /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat			
B Bondat B Diferència /	I Veritat I Igualtat /	F Saviesa F Mitjà /	D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat			
D Eternitat D Contr. /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat						
B Bondat B Diferència /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat						
B Bondat B Diferència /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat						
B Bondat B Diferència /	G Voluntat G Fi /	K Glòria K Minoritat						



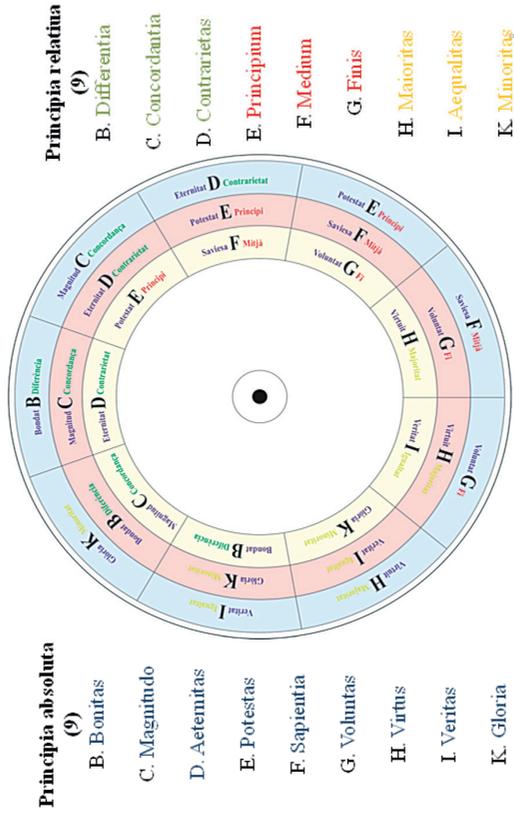
La Diferència (B) cerca Concordança (C) o Contrarietat (D) entre dues coses perceptibles pels sentits (Sensual i Sensual, B), o entre una cosa Sensual i una d'Intel·lectual, a saber, no-material però Intel·ligible, o entre dues d'Intel·ligibles.

Figura III (A^{Deu}) + (T^{Principis/Significats})

B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Vol. G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /	
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /		
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /			
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /				
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /					
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
I Veritat I Igualtat /	K Glòria K Minor. /						
B Bondat B Difer. /	C Magn. C Concor. /	D Etern. D Contra. /	E Pot. E Principi /	F Saviesa F Mitjà /	G Voluntat G Fi /	H Saviesa H Major. /	I Veritat I Igualtat /
K Glòria K Minor. /							

Aquesta Figura III està composta per les figures primera i segona, per les regles i les qüestions, mescla els principis de cadascuna de les figures en combinació binària, genera proposicions i facilita que l'artista en cerqui el 'terme mig' entre dos conceptes.

Figura IV



La Figura IV, instrument del sil·logisme, formada per tres cercles, els dos interiors mòbils (*vobelles*), genera combinacions temàtiques amb les lletres corresponents; el cercle intermediari serveix per trobar els 'termes mig' entre els altres dos cercles, ell essent-ne el predicat. Aquesta Figura IV rebrà un desenvolupament que anomenem pseudo-automàtic en l'obra 53. *Taula general / Tabula generalis* (Tunis, a mitjan setembre, 1293 – Nàpols, 13 de gener de 1294; més avall, al seu lloc), que subsistirà al mateix temps amb el sistema ternari d'aquests moments.

L'any 1293, Ramon Llull surt de Tunísia i arriba a Nàpols, una seu important universitària i política, on contactà amb els professors de la Universitat de Nàpols i demanà als matemàtics una fórmula de relació entre quantitats/conceptes que augurés el mecanicisme de la seva *Art* emancipat en certa mesura dels imperatius de la Lògica formal. Quant a aquesta consulta als universitaris, ens basem en el fet que, durant aquesta estada a Nàpols, Ramon Llull escriu que «a petició dels metges de la ciutat de Nàpols hem escrit aquest tractat, en el qual seguim la manera de fer de la [44] *Ars inuentiuua* [Montpeller 1290] i de la [53] *Taula general* [Tunis, setembre 1293 – Nàpols, gener 1294]» (Pròleg de la 60. *De leuitate et ponderositate elementorum*, Nàpols, setembre-octubre, 1294).

Aquesta Figura IV obté una explicació en l'obra 126. *Ars breuis* (Pisa, gener, 1308; ROL XII, 1984), referida al nombre de combinacions: un cop els tres cercles han complet els seus girs combinatoris, «s'hauran produït 252 cambres» (II, lín. 153-154), és a dir, tres vegades les 84 combinacions que componen la taula. «K. Prantl va imputar a Llull un error de càlcul (PRANTL, *Geschichte de Logik*, p. 164). Ell calcula, en efecte, $9 \times 9 \times 9$, és a dir, el cub de nou, ço que dona com a resultat 729 combinacions. Però amb això Prantl dona proves de no haver entès res del procediment lul·lià, ni tan sols una condició tan òbvia com la d'excloure les combinacions del tipus BBB, BBC, CBC, etc. De fet, el càlcul de Llull és correcte. En la seva base hi ha la condició de l'ordre cíclic de reduir a la meitat el nombre normal de les variacions»⁵¹. Tres elements de tres en tres, amb ordre cíclic i sense repeticions:

$$1/2 \sqrt[3]{93} = 1/2 \times 9 \times 8 \times 7 = 252$$

Dades diferents: 64. *Art de fer i sobre qüestions / Lectura super Artem inuentiuam et Tabulam generalem* (Nàpols/Roma, 1295-1296; dos manuscrits catalans; MOG V, 1729⁵²). Manuscrit London, British Library, Add. 16429 (s. XIV-XV): edició llatina; «Et de isto motu multiplicantur ducentae septuaginta duae camerae» [septuaginta : quinquaginta *m* = *MOG*] (p. 239, lín. 6.071-72). Manuscrits catalans: London, British Library (s. XIV-XV), fol. 97v: «... e d'aquest moviment se multipliquen

⁵¹ COLOMER I POUS, *El pensament*, p. 101.

⁵² Joan Carles SIMÓ ARTERO, *Edició llatina i comentari crític de l'obra de Ramon Llull "Ars ad faciendum et soluendum quaestiones"*, Tesi Doctoral, Universitat de les Illes Balears, Facultat de Filosofia i Lletres, Palma de Mallorca 2007.

· cc · lxxii cambres»; manuscrit de Munic, Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Hisp. 54 (s. XV), fol. 46v: «...e d'aquest moviment se multipliquen CC lxxii cambres».

A partir, doncs, de la 53. *Taula general / Tabula generalis* de 1294 l'Art lul·liana queda automatitzada sense eliminar l'anterior tècnica combinatòria. Una aportació de síntesi sobre aquesta obra es deu al Dr. Sevilla Marcos, en la qual analitza els recursos artístics de Ramon Llull de les dues primeres figures, **A** i T^{Principis/Significats}, fent-ne una traducció dels seus components a les categories modernes i cercant comparacions amb la lògica de la vida quotidiana. Així, el triangle verd de la Figura T té els seus corresponents lingüístics: **B**^{Diferència} = o/or (Ch. Sanders Peirce, 1839-1914, **C**^{Concordança} = i/and (G. Wilhelm Leibniz, 1646-1716), **D**^{Contrarietat} = no/not. Les cambres d'aquesta figura esquematitzen la metafísica i la teoria del coneixement d'Aristòtil, mentre que els continguts dels triangles presenten una semblança amb la lògica proposada per George Boole (1815-1864), «se corresponden de alguna manera con los “comandos lógicos booleanos” de todos los lenguajes informáticos»⁵³. Les *connectives* (Boole) o les *relatives* (Ramon Llull) que uneixen proposicions:

BOOLE	RAMON LLULL
Conjunció 'i' ('and')	Concordança
Disjunció 'o' ('or')	Diferència (suma dels subconjunts)
Condicció (si..., aleshores)	<i>Vtrum</i> (si és..., aleshores...), dubitatiu
Bicondicional (si... i només si)	<i>Vtrum</i> (sí afirmatiu)
Negació 'no' ('not')	Contrarietat
Funcions lògiques	<p>▶ $Z = f(A)$, una variable ('i')</p> <p>▶ $Z = f(AB)$, dues variables ('o')</p>

Quant a les nou lletres A – K de les dues primeres figures, el Dr. Sevilla observa que són codificadores de principis conduents per inèrcia/programació interior a la seva pròpia descodificació. En canvi les mateixes nou lletres de les figures 3a. i 4a. obliguen a fer la combinatòria, de manera que la 3a.

⁵³ José María SEVILLA MARCOS, *La Lógica de Ramon Llull. Discurso de ingreso de la Real Academia Mallorquina d'Estudis Històrics pronunciado el 28 de enero de 2016*, en *Memòries de la Reial Acadèmia Mallorquina d'Estudis Genealògics, Heràldics i Històrics*, Mramagh 26 (2016) 118.

figura correspon a l'actual «Lógica sentencial o proposicional», disposada per a «aplicaciones, investigaciones e invenciones, utilizando una letra como sujeto y otra como predicado, y habiendo concordancia al declarar la proposición. En las lógicas actuales llegamos desde los enunciados atómicos (sin conjunciones) a los moleculares, combinando enunciados atómicos con conjunciones, por ejemplo: *si...entonces* (*Si p...entonces q*). En inglés: *If... then*»⁵⁴. En el cas de la Figura IV, la combinatòria serà de sis lletres codificadores amb el resultat per columna de 20 cambres ($6 \times 5 \times 4$) / ($1 \times 2 \times 3$), 84 capçaleres i 1.680 cambres (84×20 ; 864 de repetides). En el pensament de Leibniz, quant a la combinatòria de les 9 lletres de Ramon Llull, el Dr. Sevilla troba que «tomadas de 1 en 1, de 2 en 2, etc. es de $2^9 - 1 = 511$. Como el alfabeto incluye 6 series con cada una de las otras series, se obtiene: $(2^9 - 1)^6 = 511^6 = 17.804.320.388.674.561 = 17.804$ billones + 320.388 millones + 674.561 combinaciones»⁵⁵. Aquí també cal recordar la combinatòria global en la primera redacció de la Figura **A** – formada per setze conceptes/principis –, el resultat de la qual és $16! = 20.922.789.888.000$. També el Dr. Sevilla exposa el funcionament del 'bit' ('0' o '1'), apel·la l'àlgebra de Boole, la qual contribuí al disseny dels circuits digitals binaris de Claude E. Shannon (1916-2001) mitjançant relés ('relais, relleu'; interruptors electromagnètics de Joseph Henry del 1835), i «esto ocurrió en el verano de 1937 en los laboratorios "Bell" de Nueva York, dando origen al desarrollo de las ciencias y técnicas de la computación y al nacimiento de la informática»⁵⁶.

Conclusions: «La lógica de Ramon Llull es el antecedente necesario de la de Leibniz y de la de Boole, que fue el soporte teórico de la informática actual. Sin esos tres nombres la historia sería diferente. Ramon Llull fue el primero en la historia de la Ciencia en construir un lenguaje codificado y una combinatoria para lograr un lenguaje y una matemática universal, que se utiliza con sus modificaciones, hoy en día»⁵⁷.

4. 1. Diagrama d'arbre / 2. Diagrama de flux

La Figura IV presenta una viabilitat artística sense intervenció d'opinions personals: les converses de Ramon Llull amb els matemàtics napo-

⁵⁴ SEVILLA MARCOS, *La Lógica de Ramon Llull*, p. 120.

⁵⁵ SEVILLA MARCOS, *La Lógica de Ramon Llull*, p. 123.

⁵⁶ SEVILLA MARCOS, *La Lógica de Ramon Llull*, p. 124.

⁵⁷ SEVILLA MARCOS, *La Lógica de Ramon Llull*, p. 130.

litans dona els seus resultats. Confiada, doncs, la *Taula general* a operacions algorítmiques, s'arriba a experimentar una voluntat provocadora de les capacitats humanes segons Ramon Llull: «D'aquí que cal saber que aquesta *Art* té tres amics, això és, la subtilitat de l'intel·lecte, també la raó i la bona intenció. Veritablement, sense aquestes qualitats ningú no pot aprendre aquesta *Art*» (126. *Ars breuis*, Pisa, gener, 1308; XIII, lín. 11-15-16). Una vegada més, Ramon Llull fonamenta el saber en el saber de les tres potències de l'ànima racional, és a dir, la intel·ligència, la memòria i la voluntat, a les quals incorpora la imaginativa com a causant.

Per facilitar la descripció de l'algoritme a descriure a continuació, cal assignar a aquests 6 principis un nombre ordinal (1r, 2n, 3r, 4t, 5è, 6è). Per exemple, en la primera cambra es fa la següent assignació: 1r = **B**^{Bondat}, 2n = **C**^{Magnitud}, 3r = **D**^{Eternitat} (**t**, recurs minç de la distinció) 4t = **B**^{Diferència}, 5è = **C**^{Concordança}, 6è = **D**^{Contrarietat}.

1. Diagrama d'arbre, recurs informàtic.

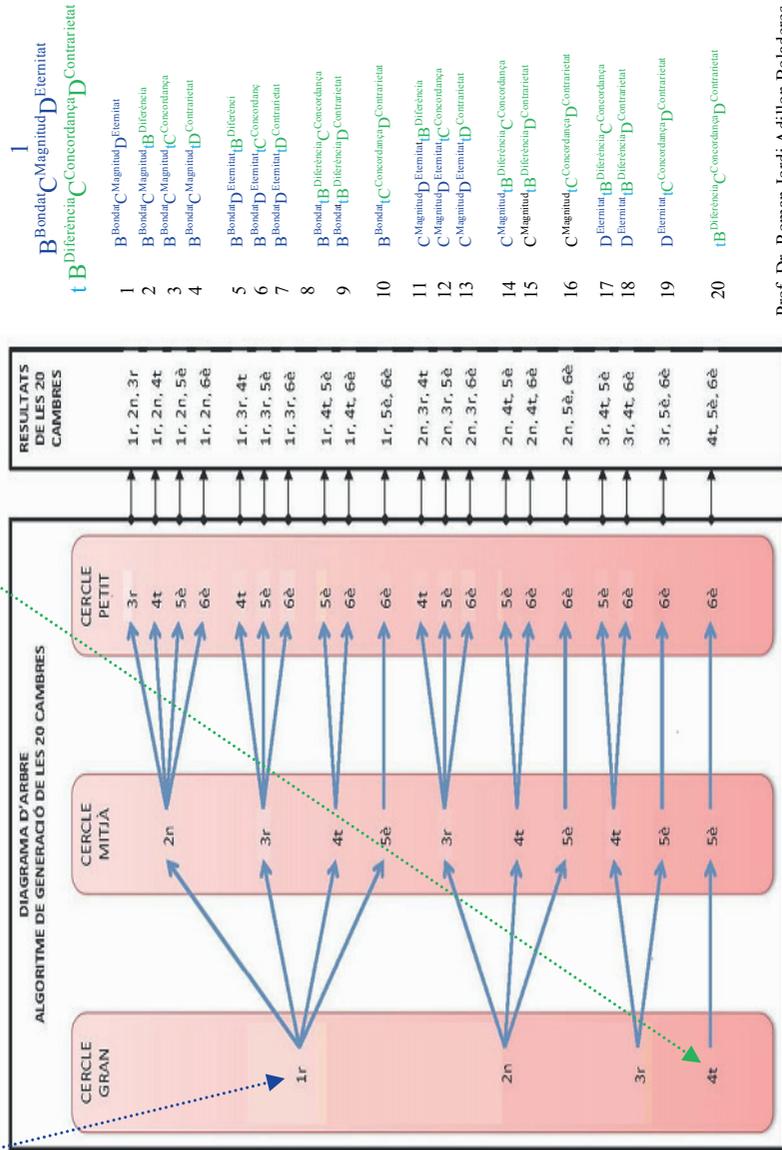
Cal fixar 6 principis a combinar (3 absoluts i 3 relacionals). A continuació, s'ordenen els 6 principis agafant com a primer, segon i tercer els principis absoluts per ordre alfabètic, i com a quart, cinquè i sisè els tres principis relacionals ordenats alfabèticament, i alhora se'ls puntua numèricament: 1r = **B**^{Bondat}, 2n = **C**^{Magnitud}, 3r = **D**^{Eternitat} [**t**] 4t = **B**^{Diferència}, 5è = **C**^{Concordança}, 6è = **D**^{Contrarietat}. Les lletres/conceptes fetes equivalents a nombres treballaran d'acord amb condicions matemàtiques quan se les introduirà en un sistema informàtic.

A més, per generar les 20 combinacions possibles a partir d'aquests 6 elements, agrupats de 3 en 3 en la constitució de la columna primera sense repeticions, s'ha d'aplicar el mètode de **generació de l'ordre lexicogràfic**. Aquest ordre lexicogràfic, juntament amb el fet que no hi pot haver repeticions de lletres, implica que els elements de les ternes generades estiguin **ordenats en ordre creixent estricte**.

Així, doncs, un primer format de diagrama arbori pot donar la combinatòria exacta quan se cerca per mitjà d'un recurs informàtic. L'estructura 4 - 3 - 2 - 1 (= 10) del cercle mitjà en la columna 1 es desenvolupa en la formació de les cambres 1 - 10 del cercle petit, seguit de les formacions 3 - 2 - 1 (= 6) i de 2 - 1 - 1 (= 4) de la resta de cambres, les 11-20.

Per generar les cambres de la columna primera, cal assignar als sis principis de l'*Art* un número ordinal, i cal operar a partir d'un ordre lexicogràfic sense repeticions; les cambres 1 i 20 inclouen els principis 1-3/4-6.

[Principis de la Figura primera] [t] 4t=B^{Diferència}, 5è=C^{Concordança}, 6è=D^{Contrarietat}
 [Principis de la Figura segona] [t] 4t=B^{Diferència}, 5è=C^{Concordança}, 6è=D^{Contrarietat}



Prof. Dr. Roman Jordi Adillon Boladeres (Barcelona, 26.IX.2016)

2. Diagrama de flux, recurs pseudo-automàtic.

El **Diagrama de flux**, mètode algorítmic programable en un ordinador, tal com s'ha aconseguit en el **Diagrama d'arbre** (= Lògica simbòlica).

Dues són, doncs, les explicacions gràfiques de la manera com es generen totes les combinacions de les cambres utilitzant l'ordre lexicogràfic. El **Diagrama d'arbre**, una sinopsi lineal intuïtiva de moviment cap enfora, comprensible immediatament, mentre que el **Diagrama de flux** és una forma sintètica feta de blocs a desenvolupar sota una normativa inflexiva. El **Diagrama**, doncs, **d'arbre explicita** visualment totes les combinacions, mentre que el **Diagrama de flux ha de ser executat** detalladament per obtenir totes les combinacions possibles.

PROCÉS. El Diagrama – sèrie d'ordres d'un disseny, registre o inventari – mou el valor de les variables, i, quan es compleix la condició final parcial, és el moment d'imprimir la variable. El programa continua fins que s'arriba a la darrera instrucció, el FI (oval o el·lipse). El rectangle vol dir que s'afirma quelcom, és a dir, representa un principi/axioma que s'ha d'executar, mentre que un rombe formula una qüestió, i caldrà prendre'n la decisió; quan s'arriba a l'últim rectangle esmussat es produeix el punt d'impressió de totes les variables. El rectangle oval allargat superior indica que s'ha arribat al FI del procés.

Tres variables hi ha per duplicat: $i=1$, $j=2$, $k=3$, (t) $i=4$, $j=5$, $k=6$, que aniran canviant de lloc segons que ho indiqui el programa i el mateix curs en la formació de les 1.680 cambres. Sempre la primera i la segona caselles s'executen una sola vegada.

DIAGRAMA DE FLUX¹

Principis absoluts: (i)1 = B^{Bondat}, (j)2 = C^{Magnitud}, (k)3 = D^{Eternitat}
 Principis relacionals (t): (i)4 = B^{Diferència}, (j)5 = C^{Concordança}, (k)6 = D^{Contrarietat}.

(Lectura de l'automatisme combinatori – Cal seguir l'ordre numèric de les cambres)

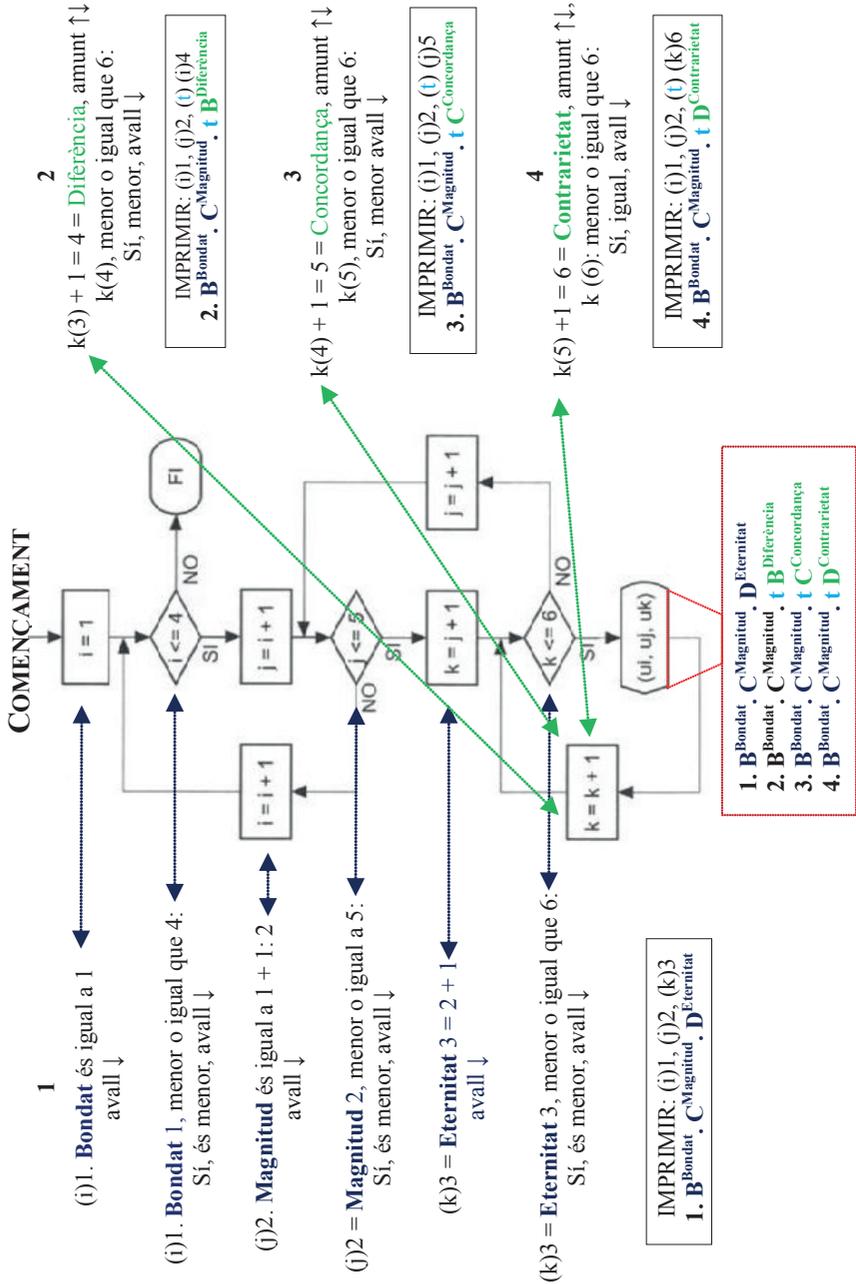
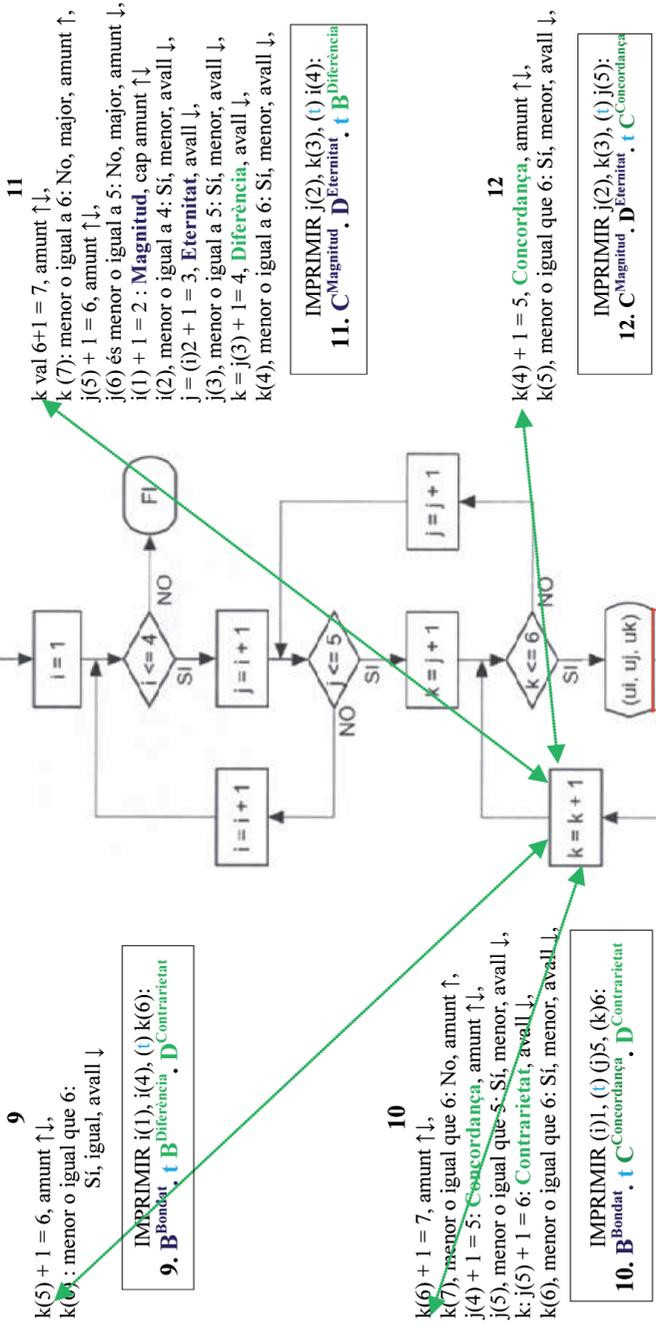


DIAGRAMA DE FLUX³

Principis absoluts: (i)1 = B^{Bondat}, (j)2 = C^{Magnitud}, (k)3 = D^{Eternitat},
 Principis relacionals (i): (i)4 = B^{Diferència}, (j)5 = C^{Concordança}, (k)6 = D^{Contrarietat}.

(Lectura de l'automatisme combinatori – Cal seguir l'ordre numèric de les cambres)



9. $B^{\text{Bondat}} \cdot t B^{\text{Diferència}} \cdot t D^{\text{Contrarietat}}$
 10. $B^{\text{Bondat}} \cdot t C^{\text{Concordança}} \cdot t D^{\text{Contrarietat}}$
 11. $B^{\text{Bondat}} \cdot D^{\text{Eternitat}} \cdot t B^{\text{Diferència}}$
 12. $B^{\text{Bondat}} \cdot D^{\text{Eternitat}} \cdot t C^{\text{Concordança}}$

DIAGRAMA DE FLUX⁴

Principis absoluts: (i)1 = B^{Bondat}, (j)2 = C^{Magnitud}, (k)3 = D^{Etermitat},
 Principis relacionals (t): (i)4 = B^{Diferència}, (j)5 = C^{Concordança}, (k)6 = D^{Contrarietat}.
 (Lectura de l'automatisme combinatori – Cal seguir l'ordre numèric de les cambres)

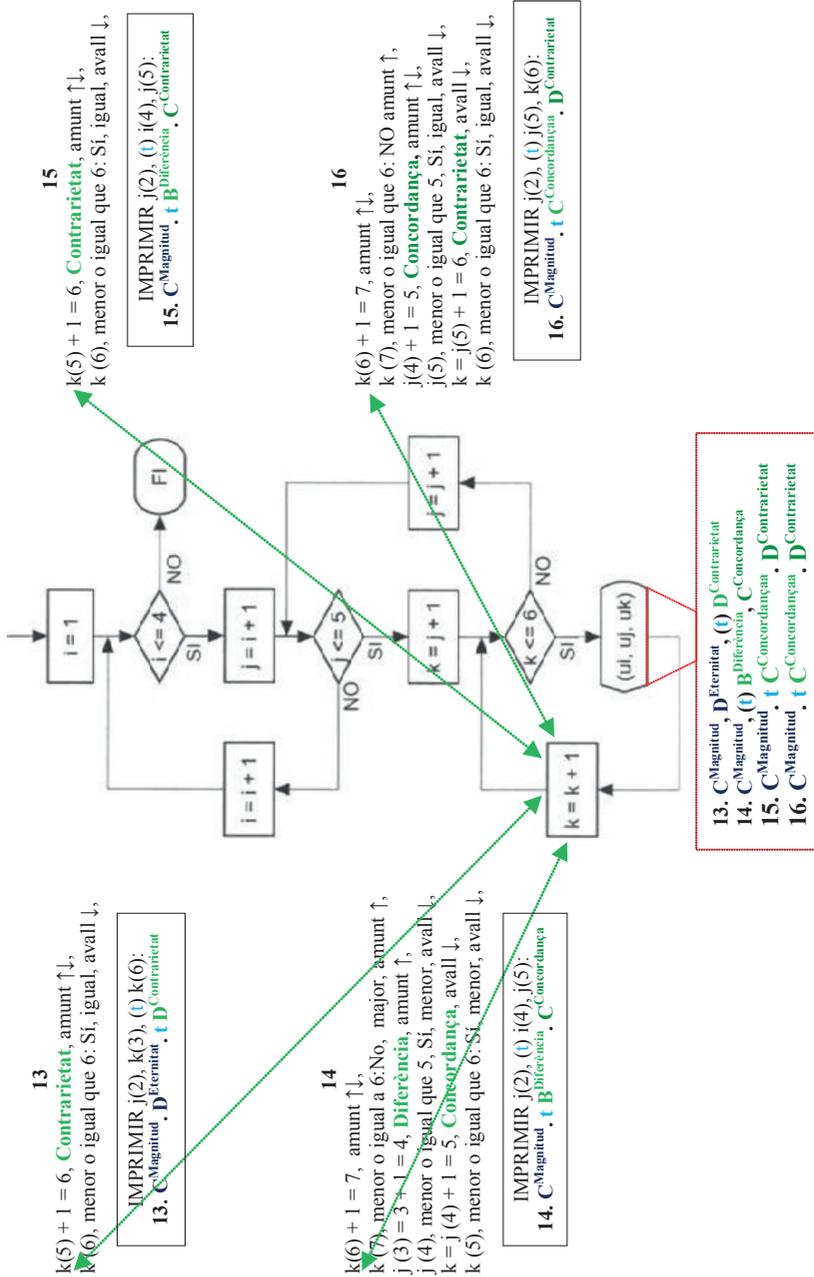
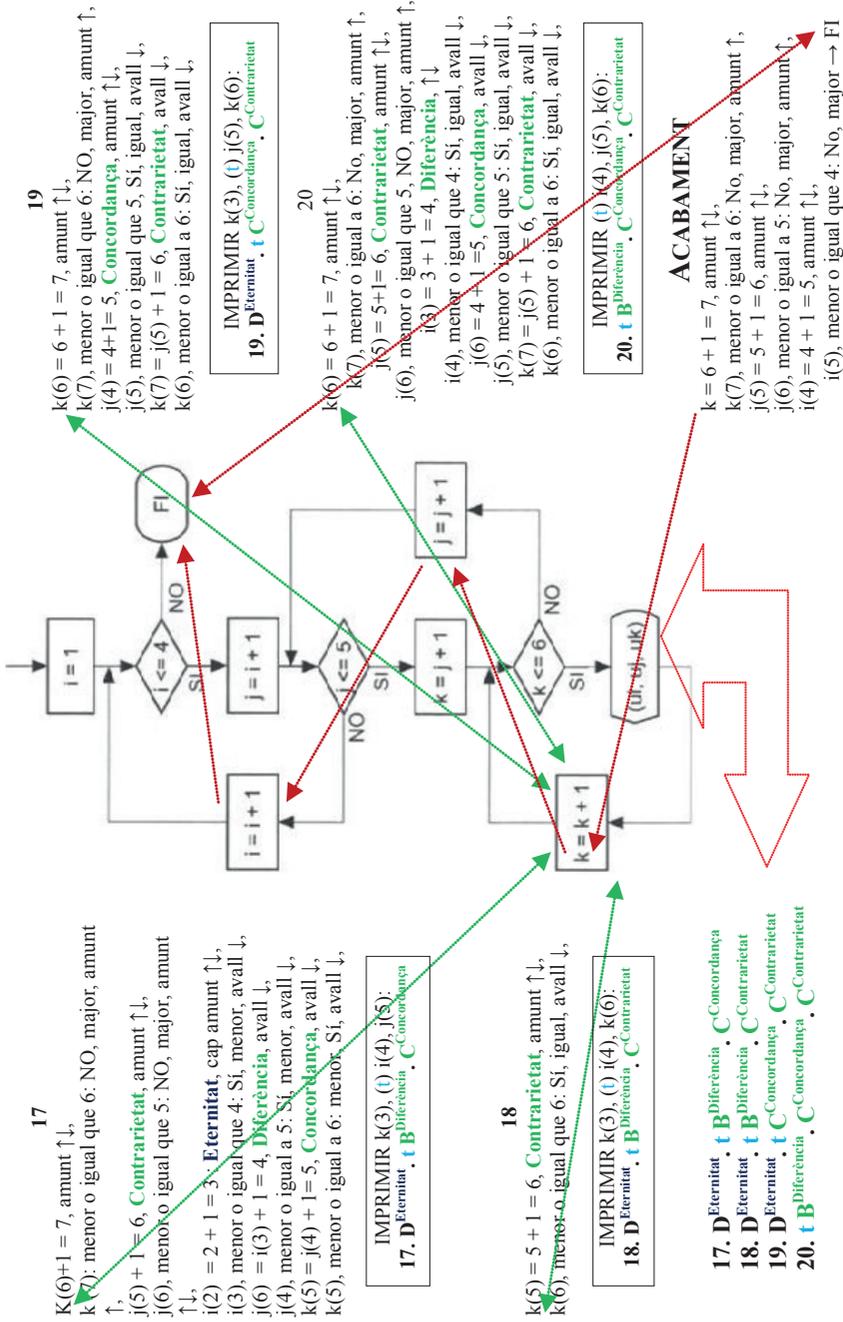


DIAGRAMA DE FLUX⁵

Principis absoluts: (i)1 = B^{Bondat}, (j)2 = C^{Magnitud}, (k)3 = D^{Eternitat}
 Principis relacionals (t): (i)4 = B^{Diferència}, (j)5 = C^{Concordança}, (k)6 = D^{Contrarietat}
 (Lectura de l'automatisme combinatori – Cal seguir l'ordre numèric de les cambres)



2n	3r	4t	----->	2n, 3r, 4t =	C, D, E	29	120 cambres	
		5è	----->	2n, 3r, 5è =	C, D, F	30		
		6è	----->	2n, 3r, 6è =	C, D, G	31		
		7è	----->	2n, 3r, 7è =	C, D, H	32		
		8è	----->	2n, 3r, 8è =	C, D, I	33		
			9è	----->	2n, 3r, 9è =	C, D, K		34
	4t	5è	----->	2n, 4t, 5è =	C, E, F	35		100 cambres
		6è	----->	2n, 4t, 6è =	C, E, G	36		
		7è	----->	2n, 4t, 7è =	C, E, H	37		
		8è	----->	2n, 4t, 8è =	C, E, I	38		
		9è	----->	2n, 4t, 9è =	C, E, K	39		
	5è	6è	----->	2n, 5è, 6è =	C, F, G	40		80 cambres
		7è	----->	2n, 5è, 7è =	C, F, H	41		
		8è	----->	2n, 5è, 8è =	C, F, I	42		
9è		----->	2n, 5è, 9è =	C, F, K	43			
6è	7è	----->	2n, 6è, 7è =	C, G, H	44	60 cambres		
	8è	----->	2n, 6è, 8è =	C, G, I	45			
	9è	----->	2n, 6è, 9è =	C, G, K	46			
7è	8è	----->	2n, 7è, 8è =	C, H, I	47	40 cambres		
	9è	----->	2n, 7è, 9è =	C, H, K	48			
8è	9è	----->	2n, 8è, 9è =	C, I, K	49	20 cambres		
						420 cambres		

3r	4t	5è	----->	3r, 4t, 5è =	D, E, F	50	100 cambres	
		6è	----->	3r, 4t, 6è =	D, E, G	51		
		7è	----->	3r, 4t, 7è =	D, E, H	52		
		8è	----->	3r, 4t, 8è =	D, E, I	53		
		9è	----->	3r, 4t, 9è =	D, E, K	54		
	5è	6è	----->	3r, 5è, 6è =	D, F, G	55		80 cambres
		7è	----->	3r, 5è, 7è =	D, F, H	56		
		8è	----->	3r, 5è, 8è =	D, F, I	57		
		9è	----->	3r, 5è, 9è =	D, F, K	58		
	6è	7è	----->	3r, 6è, 7è =	D, G, H	59		60 cambres
		8è	----->	3r, 6è, 8è =	D, G, I	60		
		9è	----->	3r, 6è, 9è =	D, G, K	61		
	7è	8è	----->	3r, 7è, 8è =	D, H, I	62		40 cambres
		9è	----->	3r, 7è, 9è =	D, H, K	63		
8è	9è	----->	3r, 8è, 9è =	D, I, K	64	20 cambres		
						300 cambres		

4t	5è	6è	----->	4t, 5è, 6è =	E, F, G	65	80 cambres		
		7è	----->	4t, 5è, 7è =	E, F, H	66			
		8è	----->	4t, 5è, 8è =	E, F, I	67			
		9è	----->	4t, 5è, 9è =	E, F, K	68			
	6è	7è	----->	4t, 6è, 7è =	E, G, H	69		60 cambres	
		8è	----->	4t, 6è, 8è =	E, G, I	70			
		9è	----->	4t, 6è, 9è =	E, G, K	71			
	7è	8è	----->	4t, 7è, 8è =	E, H, I	72		40 cambres	
		9è	----->	4t, 7è, 9è =	E, H, K	73			
	8è	9è	----->	4t, 8è, 9è =	E, I, K	74		20 cambres	
								200 cambres	

5è	→ 6è	→ 7è	----->	5è, 6è, 7è =	F, G, H	75	60 cambres
		→ 8è	----->	5è, 6è, 8è =	F, G, I	76	
		→ 9è	----->	5è, 6è, 9è =	F, G, K	77	
5è	→ 7è	→ 8è	----->	5è, 7è, 8è =	F, H, I	78	40 cambres
		→ 9è	----->	5è, 7è, 9è =	F, H, K	79	
5è	→ 8è	→ 9è	----->	5è, 8è, 9è =	F, I, K	80	20 cambres
							120 cambres
6è	→ 7è	→ 8è	----->	6è, 7è, 8è =	G, H, I	81	40 cambres
		→ 9è	----->	6è, 7è, 9è =	G, H, K	82	
6è	→ 8è	→ 9è	----->	6è, 8è, 9è =	G, I, K	83	20 cambres
							60 cambres
7è	→ 8è	→ 9è	----->	7è, 8è, 9è =	H, I, K	84	20 cambres
Totals: 84 x 20 = 1.680 cambres (816 + 864)							

repetides *remarcades*). Per raons de simplicitat, els principis absoluts van acompanyats del '1', i els principis relatius del '2'. L'execució gràfica de les 1.680 cambres, amb color servint-se de mitjans informàtics comporta un temps rècord, 8,054 milisegons, és gairebé instantània.

1r = B^{Bondat}, 2n = C^{Magnitud}, 3r = D^{Eternitat}, 4t = E^{Potestat}, 5è = F^{Saviesa}, 6è = G^{Voluntat}, 7è = H^{Virtut}, 8è = I^{Veritat}, 9è = K^{Glòria}
 [t] 1r = B^{Diferència}, 2n = C^{Concordança}, 3r = D^{Contrarietat}, 4t = E^{Principi}, 5è = F^{Mitja}, 6è = G^{Fi}, 7è = H^{Majoritat}, 8è = I^{Igualtat}, 9è = K^{Minoritat}

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	B1,C1,D1	B1,C1,E1	B1,C1,F1	B1,C1,G1	B1,C1,H1	B1,C1,I1	B1,C1,K1	B1,D1,E1	B1,D1,F1	B1,D1,G1	B1,D1,H1
2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,C1,B2	B1,D1,B2	B1,D1,B2	B1,D1,B2	B1,D1,B2
3	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,C1,C2	B1,D1,D2	B1,D1,D2	B1,D1,D2	B1,D1,D2
4	B1,C1,D2	B1,C1,E2	B1,C1,F2	B1,C1,G2	B1,C1,H2	B1,C1,I2	B1,C1,K2	B1,D1,E2	B1,D1,F2	B1,D1,G2	B1,D1,H2
5	B1,D1,B2	B1,E1,B2	B1,F1,B2	B1,G1,B2	B1,H1,B2	B1,I1,B2	B1,K1,B2	B1,E1,B2	B1,F1,B2	B1,G1,B2	B1,H1,B2
6	B1,D1,C2	B1,E1,C2	B1,F1,C2	B1,G1,C2	B1,H1,C2	B1,I1,C2	B1,K1,C2	B1,E1,D2	B1,F1,D2	B1,G1,D2	B1,H1,D2
7	B1,D1,D2	B1,E1,E2	B1,F1,F2	B1,G1,G2	B1,H1,H2	B1,I1,I2	B1,K1,K2	B1,E1,E2	B1,F1,F2	B1,G1,G2	B1,H1,H2
8	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,C2	B1,B2,D2	B1,B2,D2	B1,B2,D2	B1,B2,D2
9	B1,B2,D2	B1,B2,E2	B1,B2,F2	B1,B2,G2	B1,B2,H2	B1,B2,I2	B1,B2,K2	B1,B2,E2	B1,B2,F2	B1,B2,G2	B1,B2,H2
10	B1,C2,D2	B1,C2,E2	B1,C2,F2	B1,C2,G2	B1,C2,H2	B1,C2,I2	B1,C2,K2	B1,D2,E2	B1,D2,F2	B1,D2,G2	B1,D2,H2
11	C1,D1,B2	C1,E1,B2	C1,F1,B2	C1,G1,B2	C1,H1,B2	C1,I1,B2	C1,K1,B2	D1,E1,B2	D1,F1,B2	D1,G1,B2	D1,H1,B2
12	C1,D1,C2	C1,E1,C2	C1,F1,C2	C1,G1,C2	C1,H1,C2	C1,I1,C2	C1,K1,C2	D1,E1,D2	D1,F1,D2	D1,G1,D2	D1,H1,D2
13	C1,D1,D2	C1,E1,E2	C1,F1,F2	C1,G1,G2	C1,H1,H2	C1,I1,I2	C1,K1,K2	D1,E1,E2	D1,F1,F2	D1,G1,G2	D1,H1,H2
14	C1,B2,C2	C1,B2,C2	C1,B2,C2	C1,B2,C2	C1,B2,C2	C1,B2,C2	C1,B2,C2	D1,B2,D2	D1,B2,D2	D1,B2,D2	D1,B2,D2
15	C1,B2,D2	C1,B2,E2	C1,B2,F2	C1,B2,G2	C1,B2,H2	C1,B2,I2	C1,B2,K2	D1,B2,E2	D1,B2,F2	D1,B2,G2	D1,B2,H2
16	C1,C2,D2	C1,C2,E2	C1,C2,F2	C1,C2,G2	C1,C2,H2	C1,C2,I2	C1,C2,K2	D1,D2,E2	D1,D2,F2	D1,D2,G2	D1,D2,H2
17	D1,B2,C2	E1,B2,C2	F1,B2,C2	G1,B2,C2	H1,B2,C2	I1,B2,C2	K1,B2,C2	E1,B2,D2	F1,B2,D2	G1,B2,D2	H1,B2,D2
18	D1,B2,D2	E1,B2,E2	F1,B2,E2	G1,B2,E2	H1,B2,E2	I1,B2,E2	K1,B2,E2	E1,B2,E2	F1,B2,E2	G1,B2,E2	H1,B2,E2
19	D1,C2,D2	E1,C2,E2	F1,C2,F2	G1,C2,G2	H1,C2,H2	I1,C2,I2	K1,C2,K2	E1,D2,E2	F1,D2,F2	G1,D2,G2	H1,D2,H2
20	B2,C2,D2	B2,C2,E2	B2,C2,F2	B2,C2,G2	B2,C2,H2	B2,C2,I2	B2,C2,K2	B2,D2,E2	B2,D2,F2	B2,D2,G2	B2,D2,H2

	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	B1,D1,I1	B1,D1,K1	B1,E1,F1	B1,E1,G1	B1,E1,H1	B1,E1,I1	B1,E1,K1	B1,F1,G1	B1,F1,H1	B1,F1,I1
2	B1,D1,B2	B1,D1,B2	B1,E1,B2	B1,E1,B2	B1,E1,B2	B1,E1,B2	B1,E1,B2	B1,F1,B2	B1,F1,B2	B1,F1,B2
3	B1,D1,D2	B1,D1,D2	B1,E1,E2	B1,E1,E2	B1,E1,E2	B1,E1,E2	B1,E1,E2	B1,F1,F2	B1,F1,F2	B1,F1,F2
4	B1,D1,I2	B1,D1,K2	B1,E1,F2	B1,E1,G2	B1,E1,H2	B1,E1,I2	B1,E1,K2	B1,F1,G2	B1,F1,H2	B1,F1,I2
5	B1,I1,B2	B1,K1,B2	B1,F1,B2	B1,G1,B2	B1,H1,B2	B1,I1,B2	B1,K1,B2	B1,G1,B2	B1,H1,B2	B1,I1,B2
6	B1,I1,D2	B1,K1,D2	B1,F1,E2	B1,G1,E2	B1,H1,E2	B1,I1,E2	B1,K1,E2	B1,G1,E2	B1,H1,E2	B1,I1,E2
7	B1,I1,I2	B1,K1,K2	B1,F1,F2	B1,G1,G2	B1,H1,H2	B1,I1,I2	B1,K1,K2	B1,G1,G2	B1,H1,H2	B1,I1,I2
8	B1,B2,D2	B1,B2,D2	B1,B2,E2	B1,B2,E2	B1,B2,E2	B1,B2,E2	B1,B2,E2	B1,B2,F2	B1,B2,F2	B1,B2,F2
9	B1,B2,I2	B1,B2,K2	B1,B2,F2	B1,B2,G2	B1,B2,H2	B1,B2,I2	B1,B2,K2	B1,B2,G2	B1,B2,H2	B1,B2,I2
10	B1,D2,I2	B1,D2,K2	B1,E2,F2	B1,E2,G2	B1,E2,H2	B1,E2,I2	B1,E2,K2	B1,F2,G2	B1,F2,H2	B1,F2,I2
11	D1,I1,B2	D1,K1,B2	E1,F1,B2	E1,G1,B2	E1,H1,B2	E1,I1,B2	E1,K1,B2	F1,G1,B2	F1,H1,B2	F1,I1,B2
12	D1,I1,D2	D1,K1,D2	E1,F1,E2	E1,G1,E2	E1,H1,E2	E1,I1,E2	E1,K1,E2	F1,G1,E2	F1,H1,E2	F1,I1,E2
13	D1,I1,I2	D1,K1,K2	E1,F1,F2	E1,G1,G2	E1,H1,G2	E1,I1,G2	E1,K1,G2	F1,G1,G2	F1,H1,G2	F1,I1,G2
14	D1,B2,D2	D1,B2,D2	E1,B2,E2	E1,B2,E2	E1,B2,E2	E1,B2,E2	E1,B2,E2	F1,B2,F2	F1,B2,F2	F1,B2,F2
15	D1,B2,I2	D1,B2,K2	E1,B2,F2	E1,B2,G2	E1,B2,H2	E1,B2,I2	E1,B2,K2	F1,B2,G2	F1,B2,H2	F1,B2,I2
16	D1,D2,I2	D1,D2,K2	E1,E2,F2	E1,E2,G2	E1,E2,H2	E1,E2,I2	E1,E2,K2	F1,F2,G2	F1,F2,H2	F1,F2,I2
17	I1,B2,D2	K1,B2,D2	F1,B2,E2	G1,B2,E2	H1,B2,E2	I1,B2,E2	K1,B2,E2	G1,B2,F2	H1,B2,F2	I1,B2,F2
18	I1,B2,I2	K1,B2,K2	F1,B2,F2	G1,B2,G2	H1,B2,G2	I1,B2,G2	K1,B2,G2	G1,B2,H2	H1,B2,H2	I1,B2,H2
19	I1,D2,I2	K1,D2,K2	F1,E2,F2	G1,E2,G2	H1,E2,G2	I1,E2,G2	K1,E2,G2	G1,F2,G2	H1,F2,G2	I1,F2,G2
20	B2,D2,I2	B2,D2,K2	B2,E2,F2	B2,E2,G2	B2,E2,H2	B2,E2,I2	B2,E2,K2	B2,F2,G2	B2,F2,H2	B2,F2,I2

	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	B1,F1,K1	B1,G1,H1	B1,G1,I1	B1,G1,K1	B1,H1,I1	B1,H1,K1	B1,I1,K1	C1,D1,E1	C1,D1,F1	C1,D1,G1	C1,D1,H1
2	B1,F1,B2	B1,G1,B2	B1,G1,B2	B1,G1,B2	B1,H1,B2	B1,H1,B2	B1,I1,B2	C1,D1,C2	C1,D1,C2	C1,D1,C2	C1,D1,C2
3	B1,F1,F2	B1,G1,G2	B1,G1,G2	B1,G1,G2	B1,H1,H2	B1,H1,H2	B1,I1,I2	C1,D1,D2	C1,D1,D2	C1,D1,D2	C1,D1,D2
4	B1,F1,K2	B1,G1,H2	B1,G1,I2	B1,G1,K2	B1,H1,I2	B1,H1,K2	B1,I1,K2	C1,D1,E2	C1,D1,F2	C1,D1,G2	C1,D1,H2
5	B1,K1,B2	B1,H1,B2	B1,I1,B2	B1,K1,B2	B1,I1,B2	B1,K1,B2	B1,K1,B2	C1,E1,C2	C1,F1,C2	C1,G1,C2	C1,H1,C2
6	B1,K1,F2	B1,H1,G2	B1,I1,G2	B1,K1,G2	B1,I1,H2	B1,K1,H2	B1,K1,I2	C1,E1,D2	C1,F1,D2	C1,G1,D2	C1,H1,D2
7	B1,K1,K2	B1,H1,H2	B1,I1,I2	B1,K1,K2	B1,I1,I2	B1,K1,K2	B1,K1,K2	C1,E1,E2	C1,F1,F2	C1,G1,G2	C1,H1,H2
8	B1,B2,F2	B1,B2,G2	B1,B2,G2	B1,B2,G2	B1,B2,H2	B1,B2,H2	B1,B2,I2	C1,C2,D2	C1,C2,D2	C1,C2,D2	C1,C2,D2
9	B1,B2,K2	B1,B2,H2	B1,B2,I2	B1,B2,K2	B1,B2,I2	B1,B2,K2	B1,B2,K2	C1,C2,E2	C1,C2,F2	C1,C2,G2	C1,C2,H2
10	B1,F2,K2	B1,G2,H2	B1,G2,I2	B1,G2,K2	B1,H2,I2	B1,H2,K2	B1,I2,K2	C1,D2,E2	C1,D2,F2	C1,D2,G2	C1,D2,H2
11	F1,K1,B2	G1,H1,B2	G1,I1,B2	G1,K1,B2	H1,I1,B2	H1,K1,B2	I1,K1,B2	D1,E1,C2	D1,F1,C2	D1,G1,C2	D1,H1,C2
12	F1,K1,F2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	H1,I1,H2	H1,K1,H2	I1,K1,I2	D1,E1,D2	D1,F1,D2	D1,G1,D2	D1,H1,D2
13	F1,K1,K2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2	I1,K1,K2	D1,E1,E2	D1,F1,F2	D1,G1,G2	D1,H1,H2
14	F1,B2,F2	G1,B2,G2	G1,B2,G2	G1,B2,G2	H1,B2,H2	H1,B2,H2	I1,B2,I2	D1,C2,D2	D1,C2,D2	D1,C2,D2	D1,C2,D2
15	F1,B2,K2	G1,B2,H2	G1,B2,I2	G1,B2,K2	H1,B2,I2	H1,B2,K2	I1,B2,K2	D1,C2,E2	D1,C2,F2	D1,C2,G2	D1,C2,H2
16	F1,F2,K2	G1,G2,H2	G1,G2,I2	G1,G2,K2	H1,H2,I2	H1,H2,K2	I1,I2,K2	D1,D2,E2	D1,D2,F2	D1,D2,G2	D1,D2,H2
17	K1,B2,F2	H1,B2,G2	I1,B2,G2	K1,B2,G2	I1,B2,H2	K1,B2,H2	K1,B2,I2	F1,C2,D2	F1,C2,D2	G1,C2,D2	H1,C2,D2
18	K1,B2,K2	H1,B2,H2	I1,B2,I2	K1,B2,K2	I1,B2,I2	K1,B2,K2	K1,B2,K2	E1,C2,E2	F1,C2,F2	G1,C2,G2	H1,C2,H2
19	K1,F2,K2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2	K1,I2,K2	E1,D2,E2	F1,D2,F2	G1,D2,G2	H1,D2,H2
20	B2,F2,K2	B2,G2,H2	B2,G2,I2	B2,G2,K2	B2,H2,I2	B2,H2,K2	B2,I2,K2	C2,D2,E2	C2,D2,F2	C2,D2,G2	C2,D2,H2

	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	C1,D1,I1	C1,D1,K1	C1,E1,F1	C1,E1,G1	C1,E1,H1	C1,E1,I1	C1,E1,K1	C1,F1,G1	C1,F1,H1	C1,F1,I1
2	C1,D1,C2	C1,D1,C2	C1,E1,C2	C1,E1,C2	C1,E1,C2	C1,E1,C2	C1,E1,C2	C1,F1,C2	C1,F1,C2	C1,F1,C2
3	C1,D1,D2	C1,D1,D2	C1,E1,E2	C1,E1,E2	C1,E1,E2	C1,E1,E2	C1,E1,E2	C1,F1,F2	C1,F1,F2	C1,F1,F2
4	C1,D1,I2	C1,D1,K2	C1,E1,F2	C1,E1,G2	C1,E1,H2	C1,E1,I2	C1,E1,K2	C1,F1,G2	C1,F1,H2	C1,F1,I2
5	C1,I1,C2	C1,K1,C2	C1,F1,C2	C1,G1,C2	C1,H1,C2	C1,I1,C2	C1,K1,C2	C1,G1,C2	C1,H1,C2	C1,I1,C2
6	C1,I1,D2	C1,K1,D2	C1,F1,E2	C1,G1,E2	C1,H1,E2	C1,I1,E2	C1,K1,E2	C1,G1,F2	C1,H1,F2	C1,I1,F2
7	C1,I1,I2	C1,K1,K2	C1,F1,F2	C1,G1,G2	C1,H1,H2	C1,I1,I2	C1,K1,K2	C1,G1,G2	C1,H1,H2	C1,I1,I2
8	C1,C2,D2	C1,C2,D2	C1,C2,E2	C1,C2,E2	C1,C2,E2	C1,C2,E2	C1,C2,E2	C1,C2,F2	C1,C2,F2	C1,C2,F2
9	C1,C2,I2	C1,C2,K2	C1,C2,F2	C1,C2,G2	C1,C2,H2	C1,C2,I2	C1,C2,K2	C1,C2,G2	C1,C2,H2	C1,C2,I2
10	C1,D2,I2	C1,D2,K2	C1,E2,F2	C1,E2,G2	C1,E2,H2	C1,E2,I2	C1,E2,K2	C1,F2,G2	C1,F2,H2	C1,F2,I2
11	D1,I1,C2	D1,K1,C2	E1,F1,C2	E1,G1,C2	E1,H1,C2	E1,I1,C2	E1,K1,C2	F1,G1,C2	F1,H1,C2	F1,I1,C2
12	D1,I1,D2	D1,K1,D2	E1,F1,E2	E1,G1,E2	E1,H1,E2	E1,I1,E2	E1,K1,E2	F1,G1,F2	F1,H1,F2	F1,I1,F2
13	D1,I1,I2	D1,K1,K2	E1,F1,F2	E1,G1,G2	E1,H1,H2	E1,I1,I2	E1,K1,K2	F1,G1,G2	F1,H1,H2	F1,I1,I2
14	D1,C2,D2	D1,C2,D2	E1,C2,E2	E1,C2,E2	E1,C2,E2	E1,C2,E2	E1,C2,E2	F1,C2,F2	F1,C2,F2	F1,C2,F2
15	D1,C2,I2	D1,C2,K2	E1,C2,F2	E1,C2,G2	E1,C2,H2	E1,C2,I2	E1,C2,K2	F1,C2,G2	F1,C2,H2	F1,C2,I2
16	D1,D2,I2	D1,D2,K2	E1,E2,F2	E1,E2,G2	E1,E2,H2	E1,E2,I2	E1,E2,K2	F1,F2,G2	F1,F2,H2	F1,F2,I2
17	I1,C2,D2	K1,C2,D2	F1,C2,E2	G1,C2,E2	H1,C2,E2	I1,C2,E2	K1,C2,E2	G1,C2,F2	H1,C2,F2	I1,C2,F2
18	I1,C2,I2	K1,C2,K2	F1,C2,F2	G1,C2,G2	H1,C2,H2	I1,C2,I2	K1,C2,K2	G1,C2,G2	H1,C2,G2	I1,C2,G2
19	I1,D2,I2	K1,D2,K2	F1,E2,F2	G1,E2,G2	H1,E2,H2	I1,E2,I2	K1,E2,K2	G1,F2,G2	H1,F2,H2	I1,F2,I2
20	C2,D2,I2	C2,D2,K2	C2,E2,F2	C2,E2,G2	C2,E2,H2	C2,E2,I2	C2,E2,K2	C2,F2,G2	C2,F2,H2	C2,F2,I2

	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
1	C1,F1,K1	C1,G1,H1	C1,G1,I1	C1,G1,K1	C1,H1,I1	C1,H1,K1	C1,I1,K1	D1,E1,F1	D1,E1,G1	D1,E1,H1
2	C1,F1,C2	C1,G1,C2	C1,G1,C2	C1,G1,C2	C1,H1,C2	C1,H1,C2	C1,I1,C2	D1,E1,D2	D1,E1,D2	D1,E1,D2
3	C1,F1,F2	C1,G1,G2	C1,G1,G2	C1,G1,G2	C1,H1,H2	C1,H1,H2	C1,I1,I2	D1,E1,E2	D1,E1,E2	D1,E1,E2
4	C1,F1,K2	C1,G1,H2	C1,G1,I2	C1,G1,K2	C1,H1,I2	C1,H1,K2	C1,I1,K2	D1,E1,F2	D1,E1,G2	D1,E1,H2
5	C1,K1,C2	C1,H1,C2	C1,I1,C2	C1,K1,C2	C1,I1,C2	C1,K1,C2	C1,K1,C2	D1,F1,D2	D1,G1,D2	D1,H1,D2
6	C1,K1,F2	C1,H1,G2	C1,I1,G2	C1,K1,G2	C1,I1,H2	C1,K1,H2	C1,K1,I2	D1,F1,E2	D1,G1,E2	D1,H1,E2
7	C1,K1,K2	C1,H1,H2	C1,I1,I2	C1,K1,K2	C1,I1,I2	C1,K1,K2	C1,K1,K2	D1,F1,F2	D1,G1,G2	D1,H1,H2
8	C1,C2,F2	C1,C2,G2	C1,C2,G2	C1,C2,G2	C1,C2,H2	C1,C2,H2	C1,C2,I2	D1,D2,E2	D1,D2,E2	D1,D2,E2
9	C1,C2,K2	C1,C2,H2	C1,C2,I2	C1,C2,K2	C1,C2,I2	C1,C2,K2	C1,C2,K2	D1,D2,F2	D1,D2,G2	D1,D2,H2
10	C1,F2,K2	C1,G2,H2	C1,G2,I2	C1,G2,K2	C1,H2,I2	C1,H2,K2	C1,I2,K2	D1,E2,F2	D1,E2,G2	D1,E2,H2
11	F1,K1,C2	G1,H1,C2	G1,I1,C2	G1,K1,C2	H1,I1,C2	H1,K1,C2	I1,K1,C2	E1,F1,D2	E1,G1,D2	E1,H1,D2
12	F1,K1,F2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	H1,I1,H2	H1,K1,H2	I1,K1,I2	E1,F1,E2	E1,G1,E2	E1,H1,E2
13	F1,K1,K2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2	I1,K1,I2	E1,F1,F2	E1,G1,G2	E1,H1,H2
14	F1,C2,F2	G1,C2,G2	G1,C2,G2	H1,C2,G2	H1,C2,H2	H1,C2,H2	I1,C2,I2	E1,D2,E2	E1,D2,E2	E1,D2,E2
15	F1,C2,K2	G1,C2,H2	G1,C2,I2	G1,C2,K2	H1,C2,I2	H1,C2,K2	I1,C2,K2	E1,D2,F2	E1,D2,G2	E1,D2,H2
16	F1,F2,K2	G1,G2,H2	G1,G2,I2	G1,G2,K2	H1,H2,I2	H1,H2,K2	I1,I2,K2	E1,E2,F2	E1,E2,G2	E1,E2,H2
17	K1,C2,F2	H1,C2,G2	I1,C2,G2	K1,C2,G2	I1,C2,H2	K1,C2,H2	K1,C2,I2	F1,D2,E2	G1,D2,E2	H1,D2,E2
18	K1,C2,K2	H1,C2,H2	I1,C2,I2	K1,C2,K2	I1,C2,I2	K1,C2,K2	K1,C2,K2	F1,D2,F2	G1,D2,G2	H1,D2,H2
19	K1,F2,K2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2	K1,I2,K2	F1,E2,F2	G1,E2,G2	H1,E2,H2
20	C2,F2,K2	C2,G2,H2	C2,G2,I2	C2,G2,K2	C2,H2,I2	C2,H2,K2	C2,I2,K2	D2,E2,F2	D2,E2,G2	D2,E2,H2

	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	D1,E1,I1	D1,E1,K1	D1,F1,G1	D1,F1,H1	D1,F1,I1	D1,F1,K1	D1,G1,H1	D1,G1,I1	D1,G1,K1	D1,H1,I1	D1,H1,K1
2	D1,E1,D2	D1,E1,D2	D1,F1,D2	D1,F1,D2	D1,F1,D2	D1,F1,D2	D1,G1,D2	D1,G1,D2	D1,G1,D2	D1,H1,D2	D1,H1,D2
3	D1,E1,E2	D1,E1,E2	D1,F1,F2	D1,F1,F2	D1,F1,F2	D1,F1,F2	D1,G1,G2	D1,G1,G2	D1,G1,G2	D1,H1,H2	D1,H1,H2
4	D1,E1,I2	D1,E1,K2	D1,F1,G2	D1,F1,H2	D1,F1,I2	D1,F1,K2	D1,G1,H2	D1,G1,I2	D1,G1,K2	D1,H1,I2	D1,H1,K2
5	D1,I1,D2	D1,K1,D2	D1,G1,D2	D1,H1,D2	D1,I1,D2	D1,K1,D2	D1,H1,D2	D1,I1,D2	D1,K1,D2	D1,I1,D2	D1,K1,D2
6	D1,I1,E2	D1,K1,E2	D1,G1,F2	D1,H1,F2	D1,I1,F2	D1,K1,F2	D1,H1,G2	D1,I1,G2	D1,K1,G2	D1,I1,H2	D1,K1,H2
7	D1,I1,I2	D1,K1,K2	D1,G1,G2	D1,H1,H2	D1,I1,I2	D1,K1,K2	D1,H1,H2	D1,I1,I2	D1,K1,K2	D1,I1,I2	D1,K1,K2
8	D1,D2,E2	D1,D2,E2	D1,D2,F2	D1,D2,F2	D1,D2,F2	D1,D2,F2	D1,D2,G2	D1,D2,G2	D1,D2,G2	D1,D2,H2	D1,D2,H2
9	D1,D2,I2	D1,D2,K2	D1,D2,G2	D1,D2,H2	D1,D2,I2	D1,D2,K2	D1,D2,H2	D1,D2,I2	D1,D2,K2	D1,D2,I2	D1,D2,K2
10	D1,E2,I2	D1,E2,K2	F1,F2,G2	F1,F2,H2	F1,F2,I2	F1,F2,K2	D1,G2,H2	D1,G2,I2	D1,G2,K2	D1,H2,I2	D1,H2,K2
11	E1,I1,D2	E1,K1,D2	F1,G1,D2	F1,H1,D2	F1,I1,D2	F1,K1,D2	G1,H1,D2	G1,I1,D2	G1,K1,D2	H1,I1,D2	H1,K1,D2
12	E1,I1,E2	E1,K1,E2	F1,G1,F2	F1,H1,F2	F1,I1,F2	F1,K1,F2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	H1,I1,H2	H1,K1,H2
13	E1,I1,I2	E1,K1,K2	F1,G1,G2	F1,H1,H2	F1,I1,I2	F1,K1,K2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2
14	E1,D2,E2	E1,D2,E2	F1,D2,F2	F1,D2,F2	F1,D2,F2	F1,D2,F2	G1,D2,G2	G1,D2,G2	G1,D2,G2	H1,D2,H2	H1,D2,H2
15	E1,D2,I2	E1,D2,K2	F1,D2,G2	F1,D2,H2	F1,D2,I2	F1,D2,K2	G1,D2,H2	G1,D2,I2	G1,D2,K2	H1,D2,I2	H1,D2,K2
16	E1,E2,I2	E1,E2,K2	F1,F2,G2	F1,F2,H2	F1,F2,I2	F1,F2,K2	G1,G2,H2	G1,G2,I2	G1,G2,K2	H1,H2,I2	H1,H2,K2
17	I1,D2,E2	K1,D2,E2	G1,D2,F2	H1,D2,F2	I1,D2,F2	K1,D2,F2	H1,D2,G2	I1,D2,G2	K1,D2,G2	I1,D2,H2	K1,D2,H2
18	I1,D2,I2	K1,D2,K2	G1,D2,G2	H1,D2,H2	I1,D2,I2	K1,D2,K2	H1,D2,H2	I1,D2,I2	K1,D2,K2	I1,D2,I2	K1,D2,K2
19	I1,E2,I2	K1,E2,K2	G1,F2,G2	H1,F2,H2	I1,F2,I2	K1,F2,K2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2
20	D2,E2,I2	D2,E2,K2	D2,F2,G2	D2,F2,H2	D2,F2,I2	D2,F2,K2	D2,G2,H2	D2,G2,I2	D2,G2,K2	D2,H2,I2	D2,H2,K2

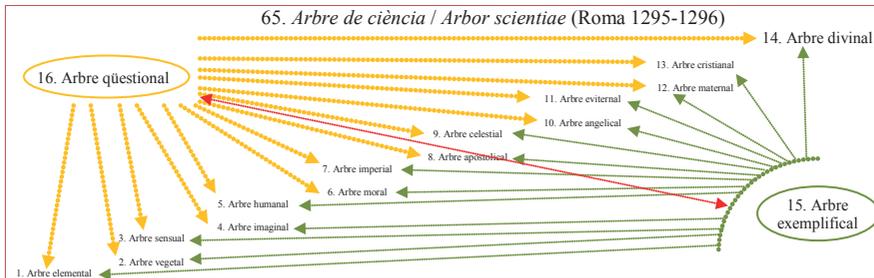
	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
1	D1,I1,K1	E1,F1,G1	E1,F1,H1	E1,F1,I1	E1,F1,K1	E1,G1,H1	E1,G1,I1	E1,G1,K1	E1,H1,I1	E1,H1,K1
2	D1,I1,D2	E1,F1,E2	E1,F1,E2	E1,F1,E2	E1,F1,E2	E1,G1,E2	E1,G1,E2	E1,G1,E2	E1,H1,E2	E1,H1,E2
3	D1,I1,I2	E1,F1,F2	E1,F1,F2	E1,F1,F2	E1,F1,F2	E1,G1,G2	E1,G1,G2	E1,G1,G2	E1,H1,H2	E1,H1,H2
4	D1,I1,K2	E1,F1,G2	E1,F1,H2	E1,F1,I2	E1,F1,K2	E1,G1,H2	E1,G1,I2	E1,G1,K2	E1,H1,I2	E1,H1,K2
5	D1,K1,D2	E1,G1,E2	E1,H1,E2	E1,I1,E2	E1,K1,E2	E1,H1,E2	E1,I1,E2	E1,K1,E2	E1,I1,E2	E1,K1,E2
6	D1,K1,I2	E1,G1,F2	E1,H1,F2	E1,I1,F2	E1,K1,F2	E1,H1,G2	E1,I1,G2	E1,K1,G2	E1,I1,H2	E1,K1,H2
7	D1,K1,K2	E1,G1,G2	E1,H1,H2	E1,I1,I2	E1,K1,K2	E1,H1,H2	E1,I1,I2	E1,K1,K2	E1,I1,I2	E1,K1,K2
8	D1,D2,I2	E1,E2,F2	E1,E2,F2	E1,E2,F2	E1,E2,F2	E1,E2,G2	E1,E2,G2	E1,E2,G2	E1,E2,H2	E1,E2,H2
9	D1,D2,K2	E1,E2,G2	E1,E2,H2	E1,E2,I2	E1,E2,K2	E1,E2,H2	E1,E2,I2	E1,E2,K2	E1,E2,I2	E1,E2,K2
10	D1,I2,K2	E1,F2,G2	E1,F2,H2	E1,F2,I2	E1,F2,K2	E1,G2,H2	E1,G2,I2	E1,G2,K2	E1,H2,I2	E1,H2,K2
11	I1,K1,D2	F1,G1,E2	F1,H1,E2	F1,I1,E2	F1,K1,E2	G1,H1,E2	G1,I1,E2	G1,K1,E2	H1,I1,E2	H1,K1,E2
12	I1,K1,I2	F1,G1,F2	F1,H1,F2	F1,I1,F2	F1,K1,F2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	H1,I1,G2	H1,K1,G2
13	I1,K1,K2	F1,G1,G2	F1,H1,H2	F1,I1,I2	F1,K1,K2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2
14	I1,D2,I2	F1,E2,F2	F1,E2,F2	F1,E2,F2	F1,E2,F2	G1,E2,G2	G1,E2,G2	G1,E2,G2	H1,E2,H2	H1,E2,H2
15	I1,D2,K2	F1,E2,G2	F1,E2,H2	F1,E2,I2	F1,E2,K2	G1,E2,H2	G1,E2,I2	G1,E2,K2	H1,E2,I2	H1,E2,K2
16	K1,D2,I2	G1,E2,F2	H1,E2,F2	I1,E2,F2	K1,E2,F2	H1,E2,G2	I1,E2,G2	K1,E2,G2	I1,E2,H2	K1,E2,H2
17	K1,D2,K2	G1,E2,G2	H1,E2,H2	I1,E2,I2	K1,E2,K2	H1,E2,H2	I1,E2,I2	K1,E2,K2	I1,E2,I2	K1,E2,K2
18	K1,I2,K2	G1,F2,G2	H1,F2,H2	I1,F2,I2	K1,F2,K2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2
19	D2,I2,K2	E2,F2,G2	E2,F2,H2	E2,F2,I2	E2,F2,K2	E2,G2,H2	E2,G2,I2	E2,G2,K2	E2,H2,I2	E2,H2,K2

	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
1	E1,I1,K1	F1,G1,H1	F1,G1,I1	F1,G1,K1	F1,H1,I1	F1,H1,K1	F1,I1,K1	G1,H1,I1	G1,H1,K1	G1,I1,K1	H1,I1,K1
2	E1,I1,E2	F1,G1,F2	F1,G1,F2	F1,G1,F2	F1,H1,F2	F1,H1,F2	F1,I1,F2	G1,H1,G2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	H1,I1,H2
3	E1,I1,I2	F1,G1,G2	F1,G1,G2	F1,G1,G2	F1,H1,H2	F1,H1,H2	F1,I1,I2	G1,H1,H2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	H1,I1,I2
4	E1,I1,K2	F1,G1,H2	F1,G1,I2	F1,G1,K2	F1,H1,I2	F1,H1,K2	F1,I1,K2	G1,H1,I2	G1,H1,K2	G1,I1,K2	H1,I1,K2
5	E1,K1,E2	F1,H1,F2	F1,I1,F2	F1,K1,F2	F1,I1,F2	F1,K1,F2	F1,K1,F2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	G1,I1,G2	H1,K1,H2
6	E1,K1,I2	F1,H1,G2	F1,I1,G2	F1,K1,G2	F1,I1,H2	F1,K1,H2	F1,K1,I2	G1,I1,H2	G1,K1,H2	G1,K1,I2	H1,K1,I2
7	E1,K1,K2	F1,H1,H2	F1,I1,I2	F1,K1,K2	F1,I1,I2	F1,K1,K2	F1,K1,K2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	G1,K1,K2	H1,K1,K2
8	E1,E2,I2	F1,F2,G2	F1,F2,G2	F1,F2,G2	F1,F2,H2	F1,F2,H2	F1,F2,I2	G1,G2,H2	G1,G2,H2	G1,G2,I2	H1,H2,I2
9	E1,E2,K2	F1,F2,H2	F1,F2,I2	F1,F2,K2	F1,F2,I2	F1,F2,K2	F1,F2,K2	G1,G2,I2	G1,G2,K2	G1,G2,K2	H1,H2,K2
10	E1,I2,K2	F1,G2,H2	F1,G2,I2	F1,G2,K2	F1,H2,I2	F1,H2,K2	F1,I2,K2	G1,H2,I2	G1,H2,K2	G1,I2,K2	H1,I2,K2
11	I1,K1,E2	G1,H1,F2	G1,I1,F2	G1,K1,F2	H1,I1,F2	H1,K1,F2	I1,K1,F2	H1,I1,G2	H1,K1,G2	I1,K1,G2	H1,K1,H2
12	I1,K1,I2	G1,H1,G2	G1,I1,G2	G1,K1,G2	H1,I1,H2	H1,K1,H2	I1,K1,I2	H1,I1,H2	H1,K1,H2	I1,K1,I2	H1,K1,I2
13	I1,K1,K2	G1,H1,H2	G1,I1,I2	G1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2	I1,K1,K2	H1,I1,I2	H1,K1,K2	I1,K1,K2	H1,K1,K2
14	I1,E2,I2	G1,F2,G2	G1,F2,G2	G1,F2,G2	H1,F2,H2	H1,F2,H2	I1,F2,I2	H1,G2,H2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	H1,H2,I2
15	I1,E2,K2	G1,F2,H2	G1,F2,I2	G1,F2,K2	H1,F2,I2	H1,F2,K2	I1,F2,K2	H1,G2,I2	H1,G2,K2	I1,G2,K2	H1,H2,K2
16	I1,I2,K2	G1,G2,H2	G1,G2,I2	G1,G2,K2	H1,H2,I2	H1,H2,K2	I1,I2,K2	H1,H2,I2	H1,H2,K2	I1,I2,K2	H1,I2,K2
17	K1,E2,I2	H1,F2,G2	I1,F2,G2	K1,F2,G2	I1,F2,H2	K1,F2,H2	K1,F2,I2	I1,G2,H2	K1,G2,H2	K1,G2,I2	K1,H2,I2
18	K1,E2,K2	H1,F2,H2	I1,F2,I2	K1,F2,K2	I1,F2,I2	K1,F2,K2	K1,F2,K2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	K1,G2,K2	K1,H2,K2
19	K1,I2,K2	H1,G2,H2	I1,G2,I2	K1,G2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2	K1,I2,K2	I1,H2,I2	K1,H2,K2	K1,I2,K2	K1,I2,K2
20	E2,I2,K2	F2,G2,H2	F2,G2,I2	F2,G2,K2	F2,H2,I2	F2,H2,K2	F2,I2,K2	G2,H2,I2	G2,H2,K2	G2,I2,K2	H2,I2,K2

NOTANDA. El recurs a la figura, a la il·lustració diagrammàtica, es mantindrà en les obres lul·lianes més avançades d'una manera encara innovadora:

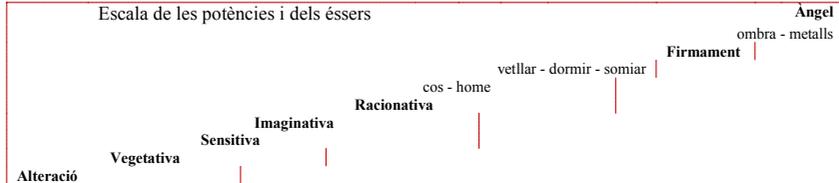
A. El 64. *Arbre de Filosofia desiderat / Arbor Philosophiae desiderata* (Nàpols 1294; ORL XVII, 1933; ROL XXXIV) presenta un disseny arbori, amb arrels espiritual, corporal i la mescla d'ambdues.

B. El 65. *Arbre de ciència / Arbor scientiae* (Roma, 29 de setembre de 1295-1 d'abril de 1296; ORL XI-XIII; ROL XXIV-XXVI) analitza tot el saber de l'època, amb un format segons l'escalafó conceptual allunyant-se de la matèria (setze llibres⁵⁸):



⁵⁸ Antony BONNER - Albert SOLER, *La representació de l'arbre en l'Arbre de ciència de Ramon Llull*, *Imago* 8, 2016, p. 131-142; en Internet (01.06.2019): <https://ojs.uv.es/index.php/IMAGO/article/view/9153/11542>.

C. El llibre 69. *Proverbis de Ramon / Liber prouerbiorum* (Roma 1296) té una 'escala de les potències i dels éssers' de set graons conceptuals: és l'escala de la creació.



- | Obres d'estructura arbòria | Obres amb format 'canelobre' | Obres amb format 'escala' |
|---|--|--|
| El llibre 77. <i>Arbre de Filosofia d'amor / Arbor Philosophiae amoris</i> (París, octubre, 1298; ORL XVIII, 1935; ENC A 117, 1980; MOG VI, 1737) | 106. <i>Liber de lumine</i> (Montpeller, novembre, 1303; ROL XX). | 120. <i>De ascensu et descensu intellectus</i> (Montpeller, març, 1305; ROL IX). |
| 114. <i>Liber de significatione</i> (Montpeller, febrer, 1304). | 108. <i>Ars Iuris naturalis</i> (Montpeller, gener, 1304; ROL XX). | |
| 115. <i>Liber de consilio</i> (Montpeller, març de 1304; ROL X). | 109. <i>Liber de intellectu</i> (Montpeller, gener, 1304; ROL XX). | |
| 116. <i>Liber de inuestigatione actuum diuinarum rationum</i> (Montpeller, abril, 1304; ROL X). | 110. <i>Liber de uoluntate</i> (Montpeller, gener, 1304; ROL XX). | |
| 117. <i>Liber de praedestinatione et libero arbitrio</i> (Montpeller, abril, 1304; ROL X) | 111. <i>Liber de memoria</i> (Montpeller, febrer, 1304; ROL XX). | |
| 118. <i>Liber de praedicatione</i> (Montpeller, desembre, 1304; ROL IV). | | |

Pere VILLALBA I VARNEDA *

* Professore Emerito dell'Università Autònoma de Barcelona, Membro dell'Accademia de les Bones Lletres de Barcelona, Dottore *Honoris causa* dell'Università degli Studi di Palermo e Membro Editore delle "Raimundi Lulli Opera Latina" (ROL) per gli Editori Raimundus Lullus Institut, Freiburg a. Rh., e Brepols (pervillalba@gmail.com).