



UNIVERSITAT DE  
BARCELONA

## El problema del cavaller de Méré

Francesc Carmona

28 d'octubre de 2021

Considerem un joc de daus que va jugar un important paper en el desenvolupament històric de la probabilitat. Les famoses cartes entre Pascal i Fermat, que molts pensen que comencen un estudi seriós de la probabilitat, van ser instigades per una demanda d'ajuda d'un jugador i noble francès, el cavaller de Méré. Es deia que de Méré havia estat apostant que, en quatre tirades d'un dau, al menys sortia un sis. Ell guanyava sistemàticament i, per a que hi jugués més gent, canvià el joc per apostar que, en 24 tirades de dos daus, sortirien un parell de sisos. Es reclamà que de Méré perdia amb 24 i va trobar que eren necessàries 25 tirades per fer el joc favorable. Va ser un *grand scandale* que les matemàtiques s'equivoquessin.

Què és més probable, que surti al menys un doble sis en 24 tirades de dos daus o obtenir com a mínim un sis en 4 tirades d'un únic dau?

La comparació es pot fer matemàticament (ver Viquipèdia), però ara utilitzarem R per a contestar aquesta qüestió. En comptes de fer servir les probabilitats exactes, que en aquest cas es poden calcular, farem servir les freqüències relatives per a un número  $n$  de tirades prou gran.

Llencem 4 vegades un únic dau i volem obtenir al menys un sis. La següent instrucció genera un vector aleatori de quatre valors entre 1 i 6.

```
exp1 <- sample(1:6, 4, replace=T)
```

Si volem saber si tenim cap sis, podem fer

```
max(exp1) == 6
```

```
## [1] FALSE
```

La resposta és TRUE o FALSE.

Ara anem a repetir això per a un número  $n$  elevat de tirades.

```
n <- 10000
valors <- rep(0, n)
for (i in 1:n) {valors[i] <- max(sample(1:6, 4, replace=T)) == 6}
sum(valors)/n
```

```
## [1] 0.5095
```

Això ens diu la freqüència relativa de la simulació. Ara podem repetir aquestes instruccions per un  $n$  més gran i tindrem una millor aproximació de la probabilitat de l'esdeveniment considerat.

D'altra banda, podem simular 24 tirades de dos daus i comprovar si la suma és 12.

```
exp2 <- matrix(sample(1:6, 48, replace=T), nrow=24, ncol=2)
aux <- apply(exp2, 1, sum)
max(aux) == 12
```

```
## [1] TRUE
```

També podem repetir les instruccions anteriors:

```
n <- 10000
valors <- rep(0,n)
for (i in 1:n) {
  exp2 <- matrix(sample(1:6,48,replace=T),nrow=24,ncol=2)
  aux <- apply(exp2,1,sum)
  valors[i]<- max(aux)==12
}
sum(valors)/n
```

```
## [1] 0.4841
```

La comparació de freqüències ens donarà una pista sobre la resposta a la pregunta inicial.

Podem escriure una funció:

```
demere1 <- function(nsimul){
  valors <- rep(0,nsimul)
  for (i in 1:nsimul) {valors[i]<-max(sample(1:6,4,replace=T))==6}
  sum(valors)/nsimul
}
```

I així podem fer

```
demere1(100000)
```

```
## [1] 0.5178
```

De forma similar podem definir la funció `demere2`.



Pierre de Fermat



Blaise Pascal