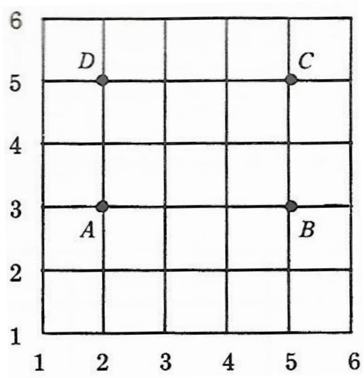
Rectángulos aleatorios

En la siguiente cuadrícula 5x5 los cuadros vienen determinados por pares (x,y) de números naturales $(1 \leq x \leq 6 \;\; y \;\; 1 \leq y \leq 6)$. *Dados los puntos A y C de coordenadas (2,3) y (5,5) respectivamente, construimos el rectángulo ABCD de diagonal AC.*



Consideramos así que la tira de cuatro cifras 2355 de una tabla de números al azar en base seis caracteriza el rectángulo ABCD (puede darse el caso de un rectángulo aplastado, como sería el caso 3252, o que se reduzca a un punto, como en el caso de la tira 5353).
Una urna contiene 6 bolas numeradas 1,2,3,4,5,6 y hacemos cuatro extracciones con reposición.
¿Cuál es la probabilidad que esta tira de cuatro cifras defina una cuadrado?
¿Cuál es la media de los perímetros de estos rectángulos?
¿Cuál es la media de las áreas de los rectángulos?

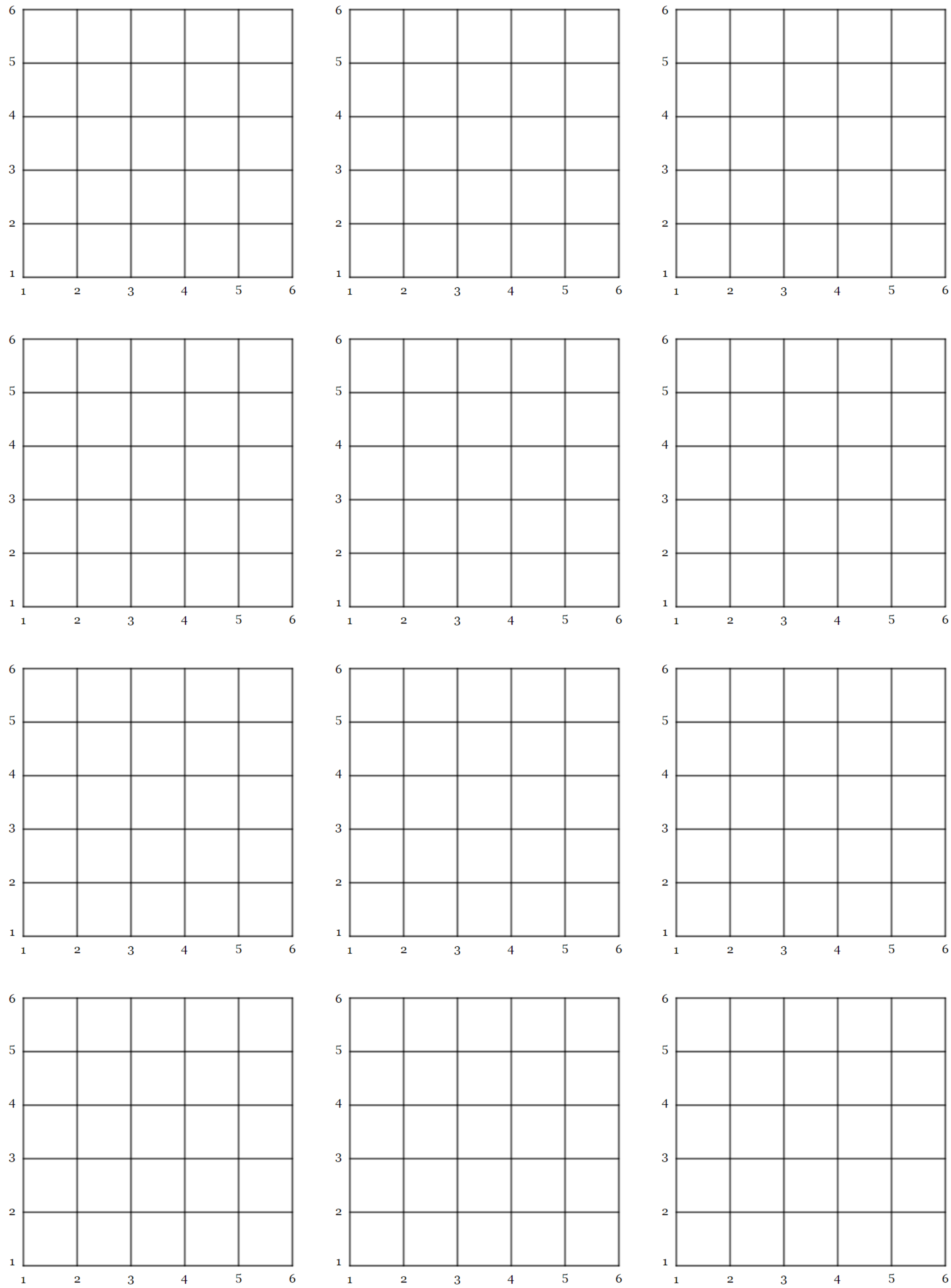
Experimentación:

Conjeturas y formas de abordaje en el aula:

Generamos preguntas:

Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA (1975): *Las Probabilidades en la escuela*. Barcelona,Teide. ISBN 8430726993

Cuadrículas

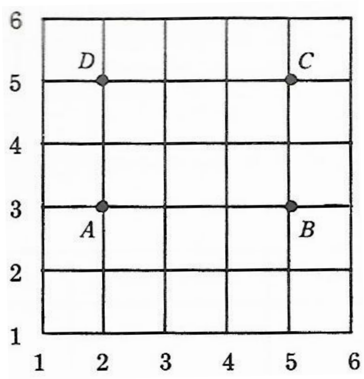


Segunda parte del taller: profundización (25 minutos)

Resituación del problema.

Recordemos el enunciado

En la siguiente cuadrícula 5x5 los cuadros vienen determinados por pares (x,y) de números naturales $(1 \leq x \leq 6 \;\; y \;\; 1 \leq y \leq 6)$. *Dados los puntos A y C de coordenadas (2,3) y (5,5) respectivamente, construimos el rectángulo ABCD de diagonal AC.*



Consideramos así que la tira de cuatro cifras 2355 de una tabla de números al azar en base seis caracteritza el rectángulo ABCD (puede darse el caso de un rectángulo aplastado, com sería el caso 3252, o que se reduzca a un punto, com en el caso de la tira 5353).

Una urna contiene 6 bolas numeradas 1,2,3,4,5,6 y hacemos cuatro extracciones con reposición.

¿Cuál es la probabilidad que esta tira de cuatro cifras defina una cuadrado?

¿Cuál es la media de los perímetros de estos rectángulos?

¿Cuál es la media de las áreas de los rectángulos?

¿Cómo ha ido la experimentación realizada en la primera parte?

¿Qué conjeturas hemos hecho?

¿Qué preguntas se nos han planteado?

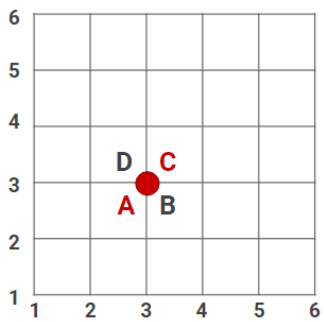
¿Hay algunos rectángulos especiales o degenerados?
¿Qué caracteriza a un rectángulo? ¿Y a un cuadrado?
¿Cómo podemos descubrir las distribuciones para calcular las probabilidades?
¿Cómo podemos calcular la media? ¿Experimentalmente?¿ Teóricamente?

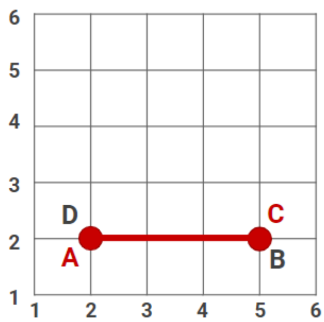
El abordaje del problema desde un punto de vista matemático puede hacerse pensando en la relación entre las posiciones de los diferentes vértices y los rectángulos que se pueden obtener, independientemente de la posición ocupada (bases y alturas).

base b \ x_C (x_A filas)	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

altura h \ y_C (y_A filas)	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Podemos observar cómo en función de los vértices obtenidos nos pueden dar cuadrados y rectángulos degenerados, cómo por ejemplo en el caso A=(2,3) y C=(2,3) o el caso A=(2,2) y B=(5,2).





Miremos la distribución de la longitud de las diferentes bases que podemos obtener (será equivalente para las alturas)

base b \ **x_C** (**x_A** filas)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

$$P(b = 0) = \frac{6}{36} = \frac{3}{18}$$
$$P(b = 1) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$
$$P(b = 2) = \frac{8}{36} = \frac{4}{18}$$
$$P(b = 3) = \frac{6}{36} = \frac{3}{18}$$
$$P(b = 4) = \frac{4}{36} = \frac{2}{18}$$
$$P(b = 5) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

Por lo tanto obtendremos cuadrados cuando la base y la altura sean iguales:

$$P(Cuadrado) = \sum_{i=0}^{5} P(cuadrado\ de\ lado\ i) = \left(\frac{3}{18}\right)^2 + \left(\frac{5}{18}\right)^2 + \left(\frac{4}{18}\right)^2 + \left(\frac{3}{18}\right)^2 + \left(\frac{2}{18}\right)^2 + \left(\frac{1}{18}\right)^2 =$$

$$= \frac{64}{324} \simeq 0.1975$$

Para encontrar la media de los perímetros miremos primero qué perímetros podemos obtener a partir de las longitudes de la base y la altura de los diferentes rectángulos.

base

altura

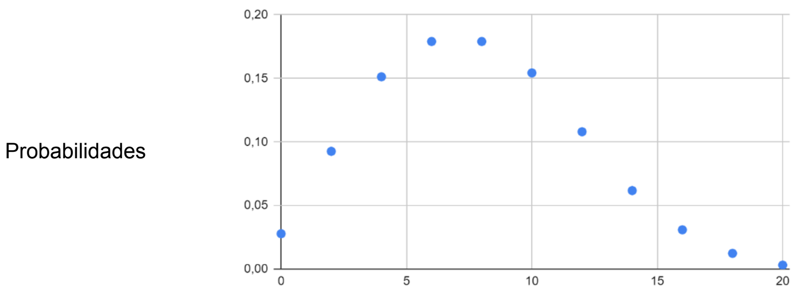
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
0	0	2	4	6	8	10
1	2	4	6	8	10	12
2	4	6	8	10	12	14
3	6	8	10	12	14	16
4	8	10	12	14	16	18
5	10	12	14	16	18	20

Podemos obtener rectángulos de perímetros: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 y 20.
Calcularemos la Esperanza matemática como el valor medio que puede tomar la variable aleatoria perímetro y que se obtiene sumando el producto de los diferentes valores que puede tomar la variable por su probabilidad.

$$.E(perímetro) = \sum P(perímetro)\cdot perímetro = P(perímetro\ 0)\cdot 0 + P(perímetro\ 2)\cdot 2 + ...$$

$$+ P(perímetro\ 18)\cdot 18 + P(perímetro\ 20)\cdot 20.$$

Si observamos el gráfico que relaciona los perímetros y sus probabilidades:



Perímetros

$Perímetro$	$Probabilidad$	$P(perímetro)\cdot perímetro$
0	$\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}=\frac{9}{324}$	$\frac{9}{324}\cdot 0=0$
2	$2\cdot\frac{3}{18}\cdot\frac{5}{18}=\frac{30}{324}$	$\frac{30}{324}\cdot 2=\frac{60}{324}$
4	$2\cdot\frac{3}{18}\cdot\frac{4}{18}+\frac{5}{18}\cdot\frac{5}{18}=\frac{49}{324}$	$\frac{49}{324}\cdot 4=\frac{196}{324}$
6	$2(\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}+\frac{5}{18}\cdot\frac{4}{18})=\frac{58}{324}$	$\frac{58}{324}\cdot 6=\frac{348}{324}$
8	$2(\frac{3}{18}\cdot\frac{2}{18}+\frac{3}{18}\cdot\frac{5}{18})+\frac{4}{18}\cdot\frac{4}{18}=\frac{58}{324}$	$\frac{58}{324}\cdot 8=\frac{464}{324}$
10	$2(\frac{3}{18}\cdot\frac{1}{18}+\frac{2}{18}\cdot\frac{5}{18}+\frac{3}{18}\cdot\frac{4}{18})=\frac{50}{324}$	$\frac{50}{324}\cdot 10=\frac{500}{324}$
12	$2(\frac{5}{18}\cdot\frac{1}{18}+\frac{2}{18}\cdot\frac{4}{18})+\frac{3}{18}\cdot\frac{3}{18}=\frac{35}{324}$	$\frac{35}{324}\cdot 12=\frac{420}{324}$
14	$2(\frac{1}{18}\cdot\frac{4}{18}+\frac{2}{18}\cdot\frac{3}{18})=\frac{20}{324}$	$\frac{20}{324}\cdot 14=\frac{280}{324}$
16	$2\cdot\frac{3}{18}\cdot\frac{1}{18}+\frac{2}{18}\cdot\frac{2}{18}=\frac{10}{324}$	$\frac{10}{324}\cdot 16=\frac{160}{324}$
18	$2\cdot\frac{2}{18}\cdot\frac{1}{18}=\frac{4}{324}$	$\frac{4}{324}\cdot 18=\frac{72}{324}$
20	$\frac{1}{18}\cdot\frac{1}{18}=\frac{1}{324}$	$\frac{1}{324}\cdot 20=\frac{20}{324}$
	$Esperanza\ matemática\quad E(X)$	$\frac{2520}{324}\simeq 7,78$

Para encontrar la media de las áreas miremos primero qué áreas podemos obtener a partir de las longitudes de la base y la altura de los diferentes rectángulos.

base

altura	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	9	12	15
4	0	4	8	12	16	20
5	0	5	10	15	20	25

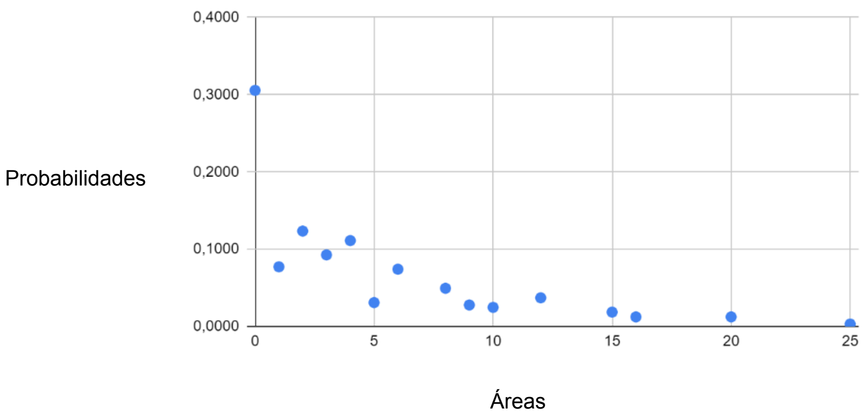
Podemos obtener rectángulos de áreas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 20 y 25.

Calcularemos la Esperanza matemática como el valor medio que puede tomar la variable aleatoria área y que se obtiene sumando el producto de los diferentes valores que puede tomar la variable por su probabilidad.

.

$$E(área) = \sum P(área)\cdot área = P(área\ 0)\cdot 0 + P(área\ 1)\cdot 1 + ... + P(área\ 20)\cdot 20 + P(área\ 25)\cdot 25$$

Si observamos el gráfico que relaciona las áreas y sus probabilidades:



$Àrea$	$Probabilidad$	$P(área)\cdot área$
0	$\frac{3}{18}\cdot(\frac{3}{18} + 2\cdot\frac{5}{18} + 2\cdot\frac{4}{18} + 2\cdot\frac{3}{18} + 2\cdot\frac{2}{18} + 2\cdot\frac{1}{18}) = \frac{99}{324}$	$\frac{99}{324}\cdot 0 = 0$
1	$\frac{5}{18}\cdot\frac{5}{18} = \frac{25}{324}$	$\frac{25}{324}\cdot 1 = \frac{25}{324}$
2	$2\cdot\frac{5}{18}\cdot\frac{4}{18} = \frac{40}{324}$	$\frac{40}{324}\cdot 2 = \frac{80}{324}$
3	$2\cdot\frac{5}{18}\cdot\frac{3}{18} = \frac{30}{324}$	$\frac{30}{324}\cdot 3 = \frac{90}{324}$
4	$2\cdot\frac{5}{18}\cdot\frac{2}{18} + \frac{4}{18}\cdot\frac{4}{18} = \frac{36}{324}$	$\frac{36}{324}\cdot 4 = \frac{144}{324}$
5	$2\cdot\frac{1}{18}\cdot\frac{5}{18} = \frac{10}{324}$	$\frac{10}{324}\cdot 5 = \frac{50}{324}$
6	$2\cdot\frac{4}{18}\cdot\frac{3}{18} = \frac{24}{324}$	$\frac{24}{324}\cdot 6 = \frac{144}{324}$
8	$2\cdot\frac{4}{18}\cdot\frac{2}{18} = \frac{16}{324}$	$\frac{16}{324}\cdot 8 = \frac{128}{324}$

9	$\frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{9}{324}$	$\frac{9}{324} \cdot 9 = \frac{81}{324}$
10	$2 \cdot \frac{1}{18} \cdot \frac{4}{18} = \frac{8}{324}$	$\frac{8}{324} \cdot 10 = \frac{80}{324}$
12	$2 \cdot \frac{2}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{12}{324}$	$\frac{12}{324} \cdot 12 = \frac{144}{324}$
15	$2 \cdot \frac{1}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{6}{324}$	$\frac{6}{324} \cdot 15 = \frac{90}{324}$
16	$\frac{2}{18} \cdot \frac{2}{18} = \frac{42}{324}$	$\frac{4}{324} \cdot 16 = \frac{64}{324}$
20	$2 \cdot \frac{2}{18} \cdot \frac{1}{18} = \frac{4}{324}$	$\frac{4}{324} \cdot 20 = \frac{80}{324}$
25	$\frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{324}$	$\frac{1}{324} \cdot 25 = \frac{25}{324}$
	$Esperanza\ matemática \quad E(X)$	$\frac{1225}{324} \simeq 3,78$

Una posible ampliación de la actividad sería intentar generalizar el cálculo de estas probabilidades y medias en función del parámetro $n \geq 1$, dónde n representa el valor más grande que toma la cuadrícula. En el caso estudiado hemos tomado $n = 6$. ¿Podemos generalizarlo?

Caso $n = 1$
En el caso n=1 sólo podemos tener un punto dónde A=(1,1) y C=(1,1) que genera un cuadrado degenerado en el punto (1,1)
P(cuadrado) =1 con área y perímetro 0.

Caso $n = 2$

base b		x_C	
		1	**2**
x_A	**1**	0	1
	2	1	0

$$P(b = 0) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
$$P(b = 1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(Cuadrado) = \sum_{i=0}^{1} P(cuadrado\ de\ lado\ i) = (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,5$$

PERÍMETROS

		base	
		0	**1**
altura	**0**	0	2
	1	2	4

$Perímetro$	$Probabilidad$	$P(perímetro) \cdot perímetro$
0	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \cdot 0 = 0$
2	$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$
4	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$
	$Esperanza\ matemática \quad E(X)$	2

ÁREAS

altura \ base	0	1
0	0	0
1	0	1

$Área$	$Probabilidad$	$P(perímetro)·perímetro$
0	$3·\frac{1}{2}·\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}·0 = 0$
1	$\frac{1}{2}·\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}·1 = \frac{1}{4}$
	$Esperanza\ matemática\ \ E(X)$	$\frac{1}{4} = 0,25$

Caso $n = 3$

base b

x_A \ x_C	1	2	3
1	0	1	2
2	1	0	1
3	2	1	0

$$P(b = 0) = \frac{3}{9}$$
$$P(b = 1) = \frac{4}{9}$$
$$P(b = 2) = \frac{2}{9}$$

$$P(Cuadrado) = \sum_{i=0}^{2} P(cuadrado\ de\ lado\ i) = (\frac{3}{9})^2 + (\frac{4}{9})^2 + (\frac{2}{9})^2 = \frac{9}{81} + \frac{16}{81} + \frac{4}{81} = \frac{29}{81} \simeq 0,36$$

PERÍMETROS

altura \ base	0	1	2
0	0	2	4
1	2	4	6
2	4	6	8

$Perímetro$	$Probabilidad$	$P(perímetro)·perímetro$
0	$\frac{3}{9}·\frac{3}{9} = \frac{9}{81}$	$\frac{9}{81}·0 = 0$
2	$2·\frac{4}{9}·\frac{3}{9} = \frac{24}{81}$	$\frac{24}{81}·2 = \frac{48}{81}$
4	$2·\frac{2}{9}·\frac{3}{9} + \frac{4}{9}·\frac{4}{9} = \frac{28}{81}$	$\frac{28}{81}·4 = \frac{112}{81}$
6	$2·\frac{4}{9}·\frac{2}{9} = \frac{16}{81}$	$\frac{16}{81}·6 = \frac{96}{81}$
8	$\frac{2}{9}·\frac{2}{9} = \frac{4}{81}$	$\frac{4}{81}·8 = \frac{32}{81}$
	$Esperanza\ matemática\ \ E(X)$	$\frac{288}{81} \simeq 3,56$

ÁREAS

		base		
		0	**1**	**2**
altura	**0**	0	0	0
	1	0	1	2
	2	0	2	4

$Área$	$Probabilidad$	$P(perímetro)\cdot perímetro$
0	$\frac{3}{9}\cdot\frac{3}{9} + 2\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{4}{9} + 2\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{9} = \frac{45}{81}$	$\frac{45}{81}\cdot 0 = 0$
1	$\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9} = \frac{16}{81}$	$\frac{16}{81}\cdot 1 = \frac{16}{81}$
2	$2\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{9} = \frac{16}{81}$	$\frac{16}{81}\cdot 2 = \frac{32}{81}$
4	$\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{9} = \frac{4}{81}$	$\frac{4}{81}\cdot 4 = \frac{16}{81}$
	$Esperanza\ matemática\quad E(X)$	$\frac{64}{81} \simeq 0,79$

Caso $n = k$

Observando la distribución de las longitudes de las bases de los diferentes ejemplos podemos generalizar:

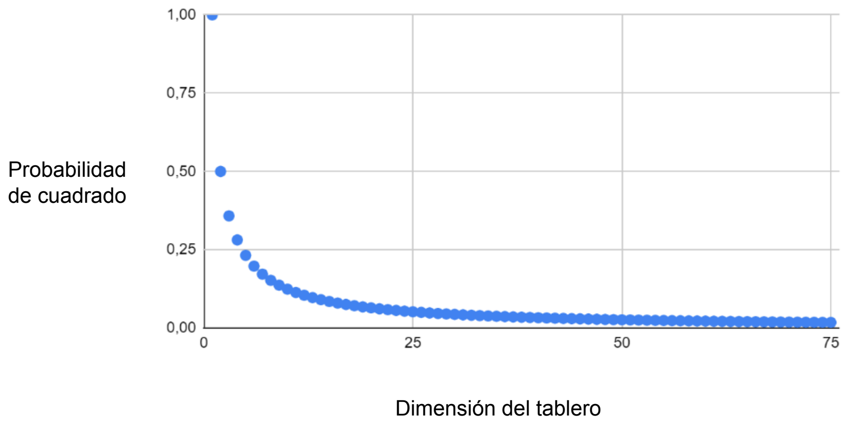
base	Probabilidad
0	$\frac{1}{k}$
1	$\frac{2(k-1)}{k^2}$
2	$\frac{2(k-2)}{k^2}$
...	...
k-1	$\frac{2(k-(k-1))}{k^2}$

$$P(Cuadrado) = \sum_{i=0}^{k-1} P(cuadrado\ de\ lado\ i) = \left(\frac{1}{k}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k-1}\left(\frac{2(k-i)}{k^2}\right)^2 = \frac{1}{k^2}\left(1 + \frac{4}{k^2}\sum_{i=1}^{k-1}(k-i)^2\right) =$$

$$= \frac{1}{k^2}\left(1 + \frac{4}{k^2}\sum_{i=1}^{k-1} i^2\right) = \frac{1}{k^2}\left(1 + \frac{4}{k^2}\cdot\frac{(k-1)\cdot k\cdot(2k-1)}{6}\right) = \frac{2k}{k^2}\left(\frac{3k+4k^2-6k+2}{6k^2}\right) = \frac{4k^2-3k+2}{3k^3}$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(cuadrado)$	1	$\frac{12}{24} = 0,5$	$\frac{29}{81} \simeq 0,3586$	$\frac{9}{32} \simeq 0,286$	$\frac{29}{125} = 0,232$	$\frac{16}{81} \simeq 0,198$	$\frac{59}{343} \simeq 0,172$	$\frac{39}{256} \simeq 0,152$

Si observamos el gráfico que relaciona la dimensión del tablero y las probabilidades de cuadrado:

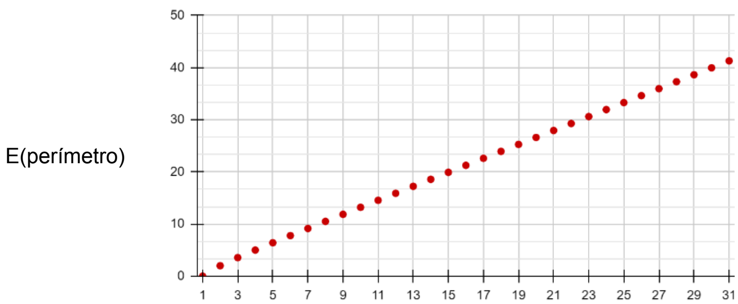


Observando la distribución de las medias de los perímetros de los rectángulos de los diferentes ejemplos en un tablero $nxn\ \ con\, n\, natural\ \geq 1$ podemos generalizar:

$Medida\ del\ tablero$	$E(perímetro)$	$Medida\ del\ tablero$	$E(perímetro)$
$n = 1$	$\frac{0}{1^4} = 0$	$n = 7$	$\frac{21952}{7^4} \simeq 9,14$
$n = 2$	$\frac{32}{2^4} = 2$	$n = 8$	$\frac{43008}{8^4} = 10,5$
$n = 3$	$\frac{288}{3^4} \simeq 3,56$	$n = 9$	$\frac{77760}{9^4} \simeq 11,85$
$n = 4$	$\frac{1280}{4^4} = 5$	$n = 10$	$\frac{132000}{10^4} = 13,2$
$n = 5$	$\frac{4000}{5^4} \simeq 6,4$	$n = 11$	$\frac{212960}{11^4} \simeq 14,55$
$n = 6$	$\frac{10080}{6^4} \simeq 7,78$	$n = 12$	$\frac{329472}{12^4} \simeq 15,89$

$$E(perímetros) = \frac{4(k-1)k^3(k+1)}{3k^4} = \frac{4}{3}\frac{k^2-1}{k}$$

Perímetro medio de los rectángulos



Dimensión del tablero

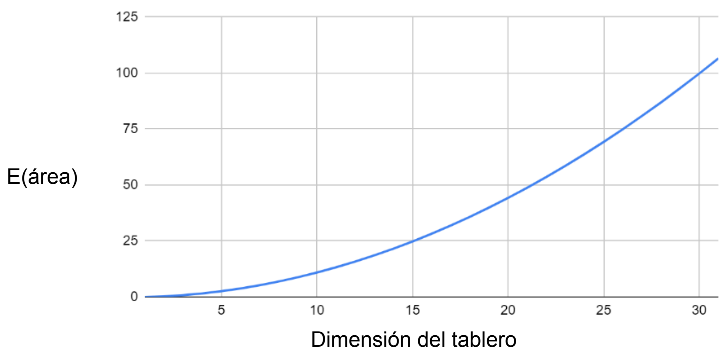
Observando la distribución de las medias de las área de los rectángulos de los diferentes ejemplos en un tablero $nxn \;\; con\, n\, natural \;\; \geq 1$ podemos generalizar:

$Medida\ del\ tablero$	$E(área)$	$Medida\ del\ tablero$	$E(área)$
$n = 1$	$\frac{0}{1^4} = 0$	$n = 7$	$\frac{12544}{7^4} \simeq 5,2245$
$n = 2$	$\frac{4}{2^4} = 0,25$	$n = 8$	$\frac{28224}{8^4} \simeq 6,8906$
$n = 3$	$\frac{64}{3^4} \simeq 0,7901$	$n = 9$	$\frac{57600}{9^4} \simeq 8,7791$
$n = 4$	$\frac{400}{4^4} = 1,5625$	$n = 10$	$\frac{108900}{10^4} = 10,89$
$n = 5$	$\frac{1600}{5^4} = 2,56$	$n = 11$	$\frac{193600}{11^4} \simeq 13,2231$
$n = 6$	$\frac{4900}{6^4} \simeq 3,7809$	$n = 12$	$\frac{327184}{12^4} \simeq 15,7785$

$$E(área) = \frac{(k-1)^2 k^2 (k+1)^2}{9k^4} = \frac{1}{9}\left(\frac{k^2-1}{k}\right)^2$$

También se puede expresar como $E(área) = \frac{1}{k^4} \cdot [A169801]$ (https://oeis.org/A169801)

Área media de los rectángulos



Mundo de las simulaciones

El proceso de simulación que hemos realizado "manualmente" también puede realizar-se por medios computacionales:

Simulación con GeoGebra (Manel Martínez) - Rectángulos aleatorios
https://www.geogebra.org/m/kqstw9du

Simulación con GeoGebra (Manel Martínez) - Lanzamiento de dos monedas
https://www.geogebra.org/m/ugrwdz5y

Simulación con GeoGebra (Manel Martínez) - Camellos perezosos
https://www.geogebra.org/m/rsy8mz6n

Simulación con Phyton (Adrià de Batlle i Marina Díaz -1º de Bachillerato) - Rectángulos aleatorios
https://trinket.io/python/1c02454236

Simulación con Snap (Raül Fernández) - Rectángulos aleatorios
https://snap.berkeley.edu/project?username=raulf&projectname=Varga_quadricula

Hoja de cálculo (Mario Delfa y Roger Canals - 1º Bachillerato) - Rectángulos aleatorios
https://docs.google.com/spreadsheets/d/1tYoGoMIzmtmGCtQbrz8Qgt45sTg2ukHGN1euRaOdxFg/edit?usp=sharing

Mundo de los modelos: actividades alternativas donde subyace el mismo modelo probabilístico

En total mencionaremos cuatro contextos, que corresponden al mismo modelo probabilístico y que pueden ser más adecuados en función del curso donde se desarrolle la actividad. En algunos casos se proponen generadores aleatorios (con diferentes estados y que al hacerlos funcionar se obtienen al azar uno de estos estados) equivalentes a los de la propuesta inicial:

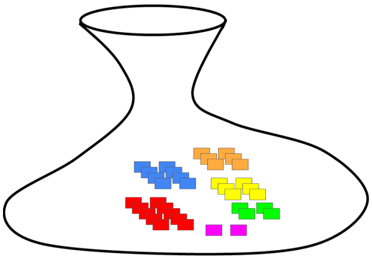
- a. Bolsa con multilinks de colores
- b. Ruletas
- c. Cuadrícula
- d. Camellos perezosos

Una actividad muy interesante es que la construcción de los diferentes generadores aleatorios que tengan la distribución de probabilidades equivalente a la que estamos trabajando sea hecha por parte del alumnado.

a.Bolsa con multilinks de colores: Tenemos una bolsa con 18 multilinks de colores:

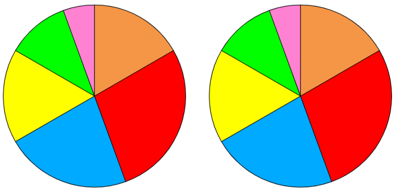
- 3 multilinks naranja
- 5 multilinks rojos
- 4 multilinks azules
- 3 multilinks amarillos
- 2 multilinks verdes
- 1 multilink magenta

Hacemos dos extracciones con reposición. ¿Cúal es la probabilidad que salgan 2 multilinks del mismo color?



b. Ruleta con sectores circulares de diferentes colores:

- Sector naranja de 60º
- Sector rojo de 100º
- Sector azul de 80º
- Sector amarillo de 60º
- Sector verde de 40º
- Sector magenta de 20º



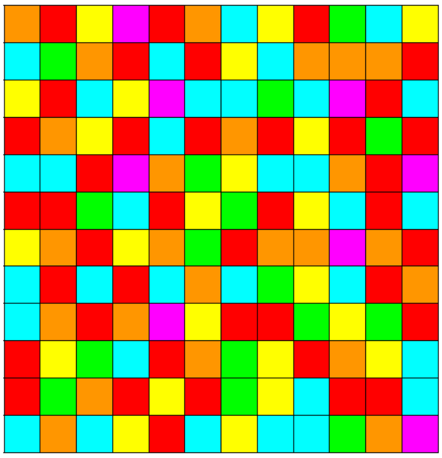
Hacemos dos tiradas consecutivas con la ruleta. ¿Cúal es la probabilidad que salga 2 veces el mismo color?

c. Cuadrícula

Tenemos una cuadrícula formada por 144 teselas cuadradas de 10 cm de lado, con la siguiente distribución:

- 24 teselas naranja
- 40 teselas rojas
- 32 teselas azules
- 24 teselas amarillas
- 16 teselas verdes
- 8 teselas magenta

Tiramos al azar monedas sobre la cuadrícula. ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos monedas nos caigan en el mismo color?



d. Camellos perezosos

Tenemos 6 camellos numerados del 1 al 6. Estos camellos son un poco particulares y solamente avanzan si reciben dos veces seguidas la misma orden.

Tiramos dos dados y para que un camello avance al tirar los dados ha de coincidir su número con el de los dos dados ¿Cuál es la probabilidad de que un camello avance?