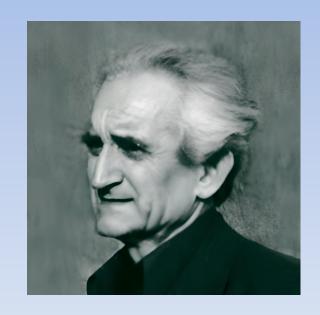






# Actividades de probabilidad a través de la obra de Tamás Varga

Anton Aubanell, Paula Arrebola, Raül Fernández, Jordi Font, Paula López, Francesc Massich, Manel Martínez, Laia Miró y Sergi Muria



Cúbic - Grup de didàctica de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB

### Bienvenida

### Grup Cúbic <a href="http://www.ub.edu/cubic/">http://www.ub.edu/cubic/</a>

Anton Aubanell, Paula Arrebola, Raül Fernández, Jordi Font, Paula López, Francesc Massich,

Manel Martínez, Laia Miró y Sergi Muria



## La bola o la vida

### Problema inicial

La astróloga debe repartir 4 bolas, dos blancas y dos negras, entre dos urnas.

El verdugo escogerá 1 de las urnas y sacará una bola:

- si es negra la astróloga es ejecutada
- si es blanca, salva la vida.



Nota: No puede haber ninguna urna vacía

### A) DOS BOLAS EN CADA URNA

A1) BN BN 
$$P(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$
A2) BB NN  $P(B)=\frac{1}{2}\cdot1+\frac{1}{2}\cdot0=\frac{1}{2}$ 

### B) 1 BOLA EN UNA URNA Y 3 EN LA OTRA

B1) B BNN 
$$P(B)=\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot 1/3 = \frac{2/3}{2}$$
B2) N NBB  $P(B)=\frac{1}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2}\cdot 2/3 = \frac{1}{3}$ 

### Problema inicial

Esta es la historia del señor que, cansado de su astrólogo y de sus vanas promesas, decide hacerlo ejecutar. Sin embargo, buen príncipe en el fondo, le da una última oportunidad. Autoriza al astrólogo a repartir 4 bolas, dos blancas y dos negras, entre dos urnas. El verdugo elige una de las urnas y saca una bola: si es negra el astrólogo es ejecutado, si no, salva la vida.



¿Cómo pondrá el astrólogo las bolas en las urnas para asegurar la máxima probabilidad de salvarse? **Nota:** Se han de repartir todas las bolas y en cada urna tiene que haber como mínimo una bola.

Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA (1975): Las Probabilidades en la escuela. Barcelona, Teide. ISBN 8430726993.

### **Ampliaciones**

Posibles ampliaciones del problema:

- ¿Y si podemos dejar una urna vacía?
- AMPLIAMOS BOLAS: 2 urnas 3 bolas blancas y 3 negras
- 2 urnas, n bolas blancas y n bolas negras. ¿qué pasa cuando n crece?
- AMPLIAMOS URNAS: 3 urnas 2 bolas blancas y 2 negras
- m urnas, n bolas blancas y n bolas negras.

Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA (1975): Las Probabilidades en la escuela. Barcelona, Teide. ISBN 8430726993.

### Características del tipo de problemas de Tamás Varga

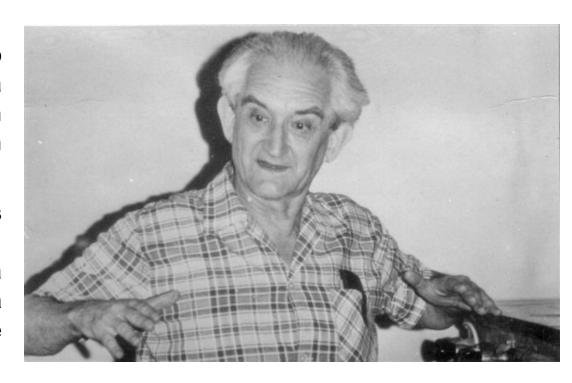
Las tareas propuestas por Varga, como podrá observarse en las actividades que se realizarán en el taller, son "tareas ricas" en varios sentidos:

- Son situaciones problemáticas que permiten a los estudiantes dar sentido a nociones matemáticas y requieren su contribución activa en la construcción del conocimiento matemático.
- Muchas de ellas conectan varios contenidos matemáticos.
- Están abiertas a múltiples estrategias de resolución.

### La figura de Tamás Varga

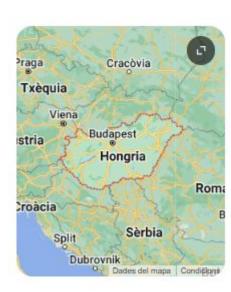
Tamás Varga fue un matemático y profesor húngaro reconocido internacionalmente por su propuesta de reforma del sistema educativo en su país conocida como "Educación matemática compleja".

Después de unas primeras experimentaciones, en **1963**, pone en marcha el proyecto que va creciendo progresivamente hasta cubrir todos los niveles de educación obligatoria de Hungría.



La amplitud y profundidad ("complejidad") de la reforma propuesta puede apreciarse en diferentes aspectos:

- En el contenido y estructura del nuevo currículum, donde aparecen nuevas ideas matemáticas y las consecuentes intersecciones y conexiones entre ellas.
- En los materiales didácticos y los recursos propuestos, tanto para los estudiantes como para el profesorado.
- En la formación docente.
- En la propuesta de prácticas educativas ricas, utilizando una amplia variedad de herramientas y métodos de enseñanza.



También es conocido por sus publicaciones sobre lógica, combinatoria y probabilidad en diferentes países y su participación en organizaciones internacionales.

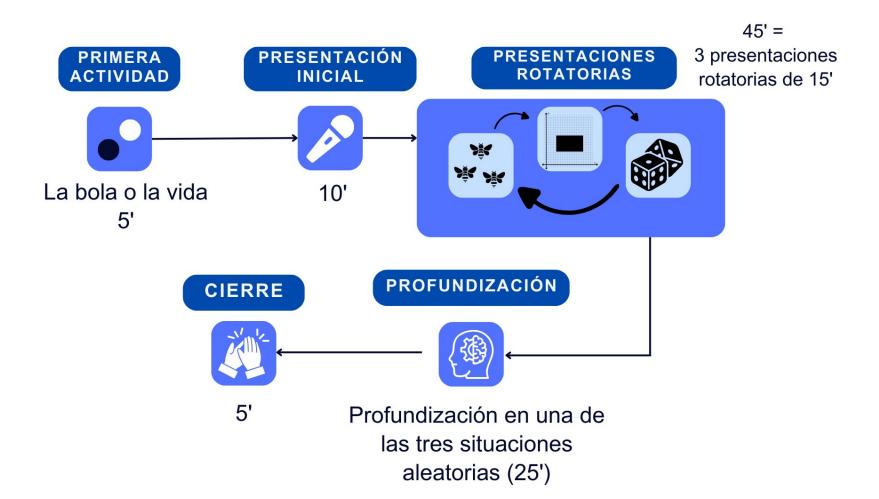
Entre otros cargos, fue miembro del Consejo de Educational Studies in Mathematics y vicepresidente de la CIEAEM.





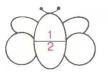


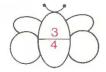


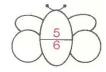


## Situaciones Presentaciones rotatorias

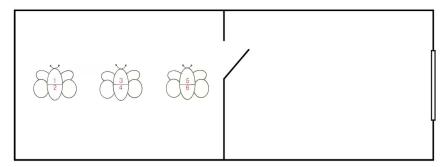
### Las tres avispas







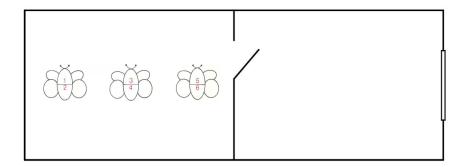
Tenemos dos habitaciones separadas por una puerta que está abierta y en la habitación de la izquierda hay tres avispas, cada una de las cuales lleva dos números a su espalda: 1,2 - 3,4 - 5,6. La habitación de la derecha tiene una ventana que inicialmente está cerrada.



Cada minuto exactamente una avispa vuela a través de la puerta pasando de una habitación a la otra. El azar decide qué avispa cambia de habitación.

Extraído de: Manual de La Caja de Varga (página 14).

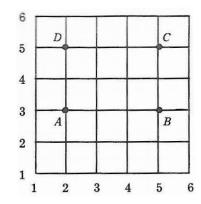
Echamos el dado y ponemos en la otra habitación la avispa que tiene en la espalda el número que ha salido. Esto continúa hasta que todas las avispas están en la habitación de la derecha. Después ya podemos cerrar la puerta, abrir la ventana y nos hemos librado de todas las avispas.



¿Cuánto tiempo se tarda de media hasta que todas las avispas están en la habitación de la derecha?

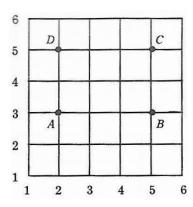
Extraído de: Manual de La Caja de Varga (página 14).

### Rectángulos aleatorios

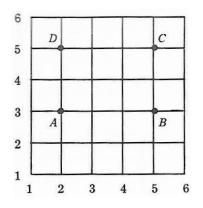


Tenemos una cuadrícula 5x5 donde los cuatro vértices vienen determinados por parejas (x,y) de números naturales ( $1 \le x \le 6$ ,  $1 \le y \le 6$ ).

Dados los puntos A y C de coordenadas (2,3) i (5,5) respectivamente, construimos el rectángulo ABCD de diagonal AC.



Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA, T (1975): Las Probabilidades en la escuela. Barcelona, Teide. ISBN 8430726993.



Consideramos así que la tira de cuatro cifras 2355 de una tabla de números al azar en base seis caracteriza el rectángulo ABCD (Puede darse el caso de un rectángulo *aplastado*, como sería en el caso 3252, o que se reduzca a un punto, como en el caso de la tira 5353).

Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA, T (1975): Las Probabilidades en la escuela. Barcelona, Teide. ISBN 8430726993.

Una urna contiene seis bolas numeradas 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Efectuamos cuatro extracciones con reposición.

- ¿Cuál es la probabilidad que esta tira de cuatro cifras defina un cuadrado?

Efectuamos un gran número de extracciones con reposición. A cada tira de cuatro cifras le asignamos un rectángulo.

- ¿Cuál es la media de los perímetros de estos rectángulos?
- ¿Cuál es la media de las áreas de estos rectángulos?

### 3 dados - 2 dados

Los niños lanzan a la vez tres dados. A cada jugada retiran el dado que marca el mayor número (si hay más de uno, retiran uno de los que marcan el número mayor). Ejemplos:

Retiran el dado que marca 4.

Si volvemos a tirar:

Retiramos uno de los dos dados que marca 4.

En cada tirada los niños anotan la suma de los dos dados que quedan.

¿Tenemos resultados análogos o no a los que tendríamos calculando la suma de los puntos obtenidos al lanzar solamente dos dados?

Extraído de : GLAYMANN, M., VARGA (1975): Las Probabilidades en la escuela. Barcelona, Teide. ISBN 8430726993.

### Reflexiones finales

TRATAMIENTO RICO Y
DIDÁCTICAMENTE POTENTE
DE LA PROBABILIDAD



CICLO:



PARTICIPACIÓN DINÁMICA Y PRÓXIMA A ACTIVIDAD DOCENTE



### Para saber más



Grup

http://www.ub.edu/cubic/

Treball de recerca Institut El Joncar

https://lacaixadevarga.eljoncar.cat/

Espai Jordi Esteve

https://web.archive.org/web/20201103012141/https://sites.google.com/site/espaijordies teve2/materials/materials-per-treballar-la-probabilitat/caixa-de-varga

### ¡Y mañana... más!

### Martes, 2 de julio

#### Mesas de experiencias

Aula: Pasillo de la Escuela Superior de Náutica

Hora 10:30

**Modalidad:** Mesas de experiencias

La caja de Varga en vivo y en directo!



#### Cúbic - Grup de didàctica de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB

### ¡Muchas gracias!

Web: <a href="http://www.ub.edu/cubic/">http://www.ub.edu/cubic/</a>

X: @grup\_cubic



