

74 - Un teorema fàcilment demostrado

74. Para demostrar que la suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a dos rectos, recortaremos un triángulo de papel (figura 25), lo doblaremos según AD (altura), lo abriremos de nuevo, y volveremos a doblarlo de manera que los tres vértices A, B y C vengan a coincidir en el punto D.

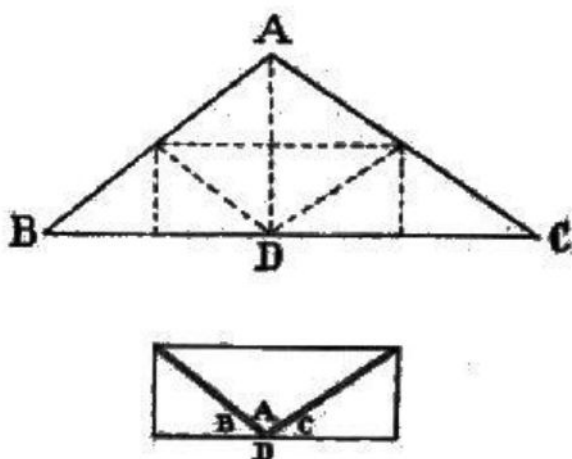


Figura 25

Los ángulos A, B y C quedarán así dispuestos uno a continuación de otro y formarán exactamente dos ángulos rectos. Esta demostración puede servir como tipo de otras muchas que pueden idearse en la «Geometría del papel doblado», a menudo más intuitiva y a veces más exacta que la «Geometría de la regla y compás». (Véase también el párrafo 82 y los siguientes.)

Breu descripció del material

Paper de colors (sempre fa l'activitat més atractiva), cisalla, tisores, regla...

Continguts que es poden tractar

Comprovació vs demostració. Podem contemplar-ho ho dins la competència 5:

Construir, expressar i contrastar argumentacions per justificar i validar les afirmacions que es fan en matemàtiques.

Suma dels angles d'un triangle.

Relacions entre angles (oposats pel vèrtex, determinats per rectes paral·leles...)

Proposta d'aplicació didàctica

Hi ha coses que sorprenentment "se'ns queden". I una és això de que els angles d'un triangle sumen 180° . Ho constatem quan fem formació a grups de mestres de primària, o entre estudiants de magisteri.

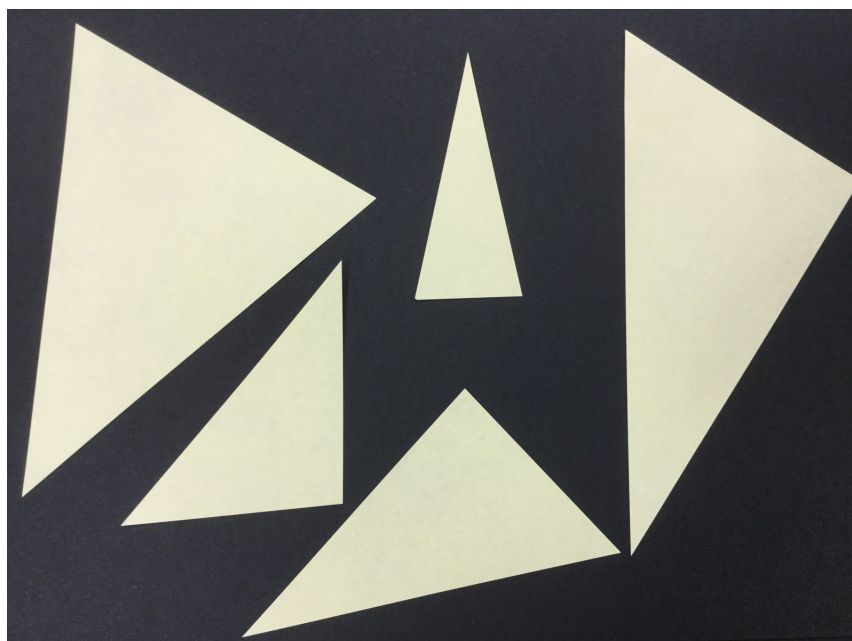
Però no sempre recordem perquè. Potser ni tan sols en algun moment ens vam qüestionar la necessitat d'un "perquè".

Experiències com la que està descrita aquí ens ajuden a fer un pas més: **Mostrar** que els tres angles encaixen sobre la recta. I en aquest cas amb l'elegància d'obtenir un rectangle que té per àrea la meitat de la del triangle. Amb alumnes joves podem demanar-los perquè passa i si passarà amb qualsevol triangle.

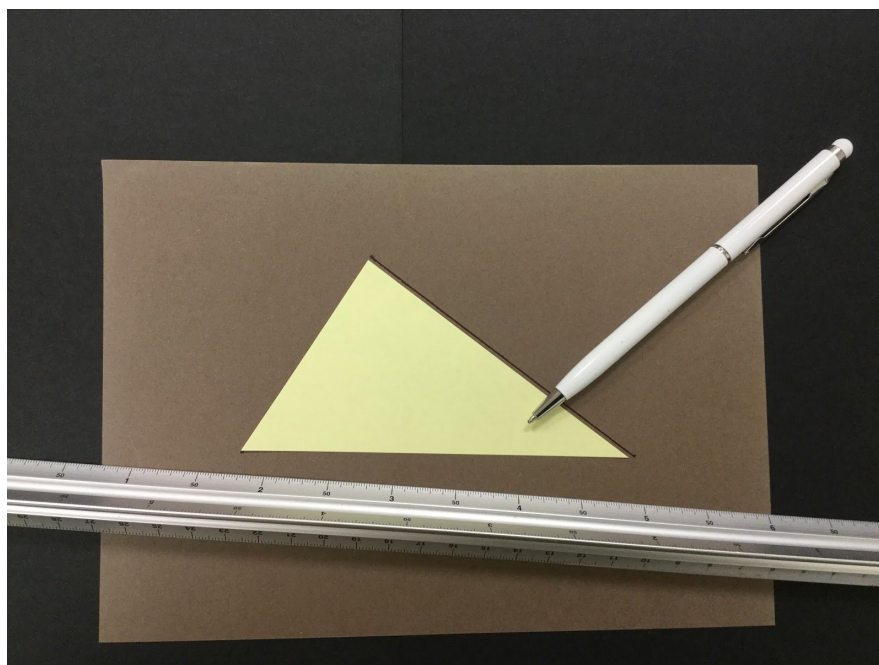
Ens agrada fer servir aquesta experiència per fer-los adonar de la diferència que hi ha entre comprovar i demostrar.

Descrivim aquí una dinàmica d'aula molt concreta i dirigida, però que ens ha donat bons resultats. Segur que podeu trobar altres propostes en les que tingui més pes la investigació dels alumnes i la recerca. El procés que seguim a classe (amb alumnes de CS de primària o del primer cicle d'ESO) és aquest :

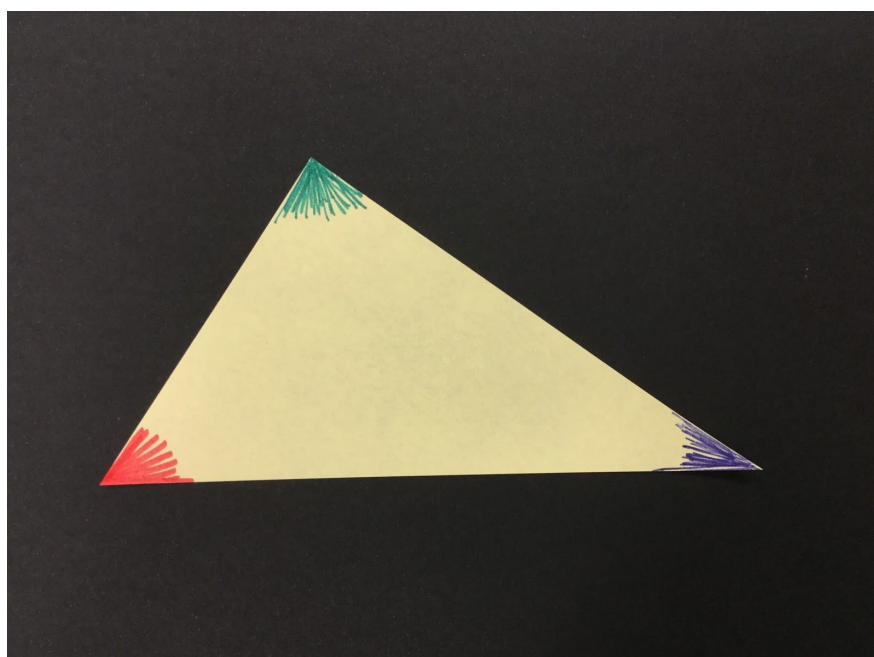
Tallem amb la guillotina un bon nombre de triangles diferents. Si els tallem amb tisores o demanem als alumnes que es tallin el seu triangle correm el risc de que els costats no siguin rectes i que ens surtin angles deformats, i en aquest cas és important la precisió.



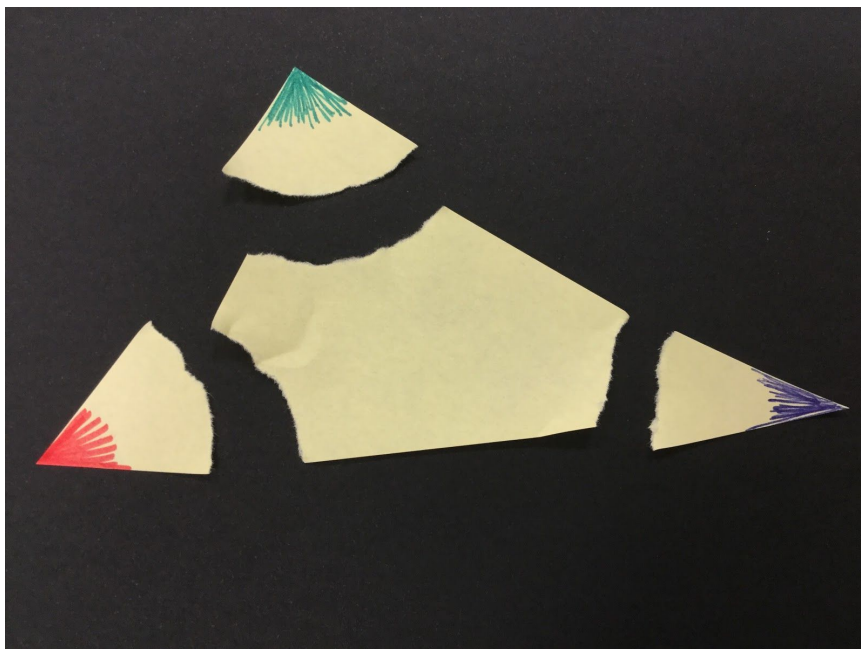
Repartim a cada alumne un triangle i els diem que han de resseguir-ne el contorn a la seva llibreta. Servirà per tenir present com era el triangle amb el que treballaran.



Després hauran de pintar els angles fent servir retoladors de colors.



I per acabar els demanarem que escapcin els tres vèrtex del triangle, no amb tisores sinó trencant el paper amb els dits. Tant aquesta manera de trencar-lo com el pintar els vèrtex fan que no hi hagi errors i confusions per distingir el vèrtex del triangle original als trossets de paper que hauran obtingut.



Ara els demanem que situïn damunt la taula el tres angles del triangle, un a continuació de l'altre, per tal de *sumar-los*.

Si fem veure que no mirem el que estan fent, per exemple, girats anotant alguna cosa a la pissarra, els podem demanar que ens diguin aproximadament quin seria el valor de la suma dels seus tres angles (com si estéssim fent una activitat de mesurar angles a cop d'ull). I ens podem "sorprendre" quan veiem que els surten angles de 180° .

Així ells mateixos es regulen: Si algun no ha sabut posar bé els seus angles farà un cop d'ull a com ho fan els companys... en un moment tots coincideixen.

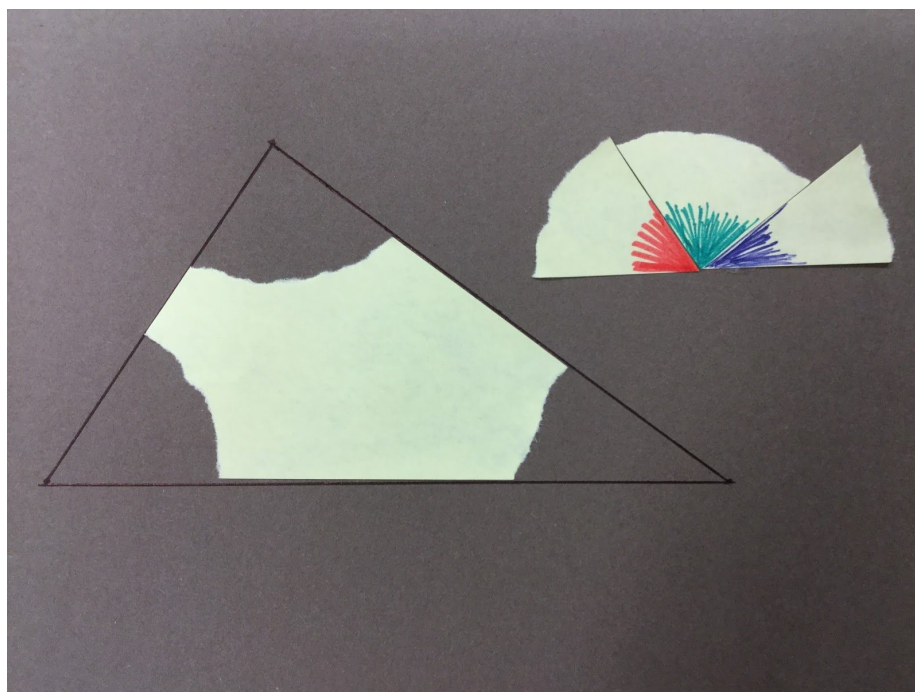
- Tots? Tots els triangles de la classe sumen 180° ? Quina casualitat, no?
Algú podria dibuixar un triangle que sortís diferent?

Acostumen a sortir veus dient que si és un triangle obtusangle, o un triangle rectangle, potser no funciona (tot i que n'haurèm repartit de diferents tipus).

Altres diuen que passarà sempre.

I després de fer proves amb els seus triangles els preguntem si queda demostrat. I per posar-hi més emoció... els podem demanar si s'apostarien alguna cosa a que nosaltres en sabem un que no dóna 180° . La idea és fer-los trontollar, i posar en joc la idea de que encara que haguem mostrat molts triangles en que la suma dels angles sigui 180° ... això no ens dóna encara una evidència prou clara, prou transparent.

Enganxem a la llibreta el tros central del triangle damunt el dibuix que han fet abans, i els angles sumant 180° .

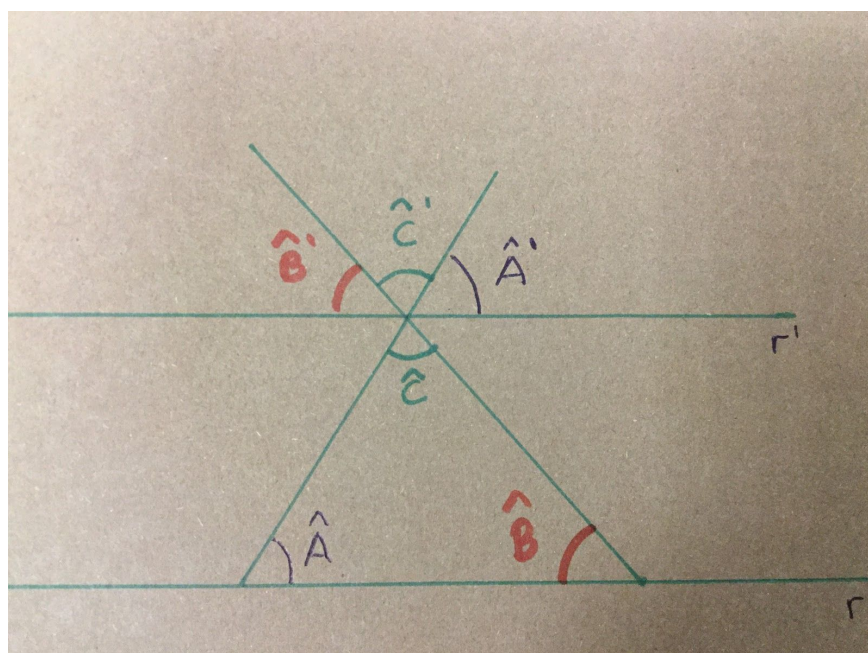


I procedim a fer una petita demostració:

Dibuixem una recta a la llibreta. Amb un costat damunt la recta, dibuixem un triangle qualsevol.

Allargem els dos costats que acabem de dibuixar i dibuixem una paral·lela que passa pel vèrtex oposat a la recta inicial.

Damunt aquesta recta queden determinats 3 angles:

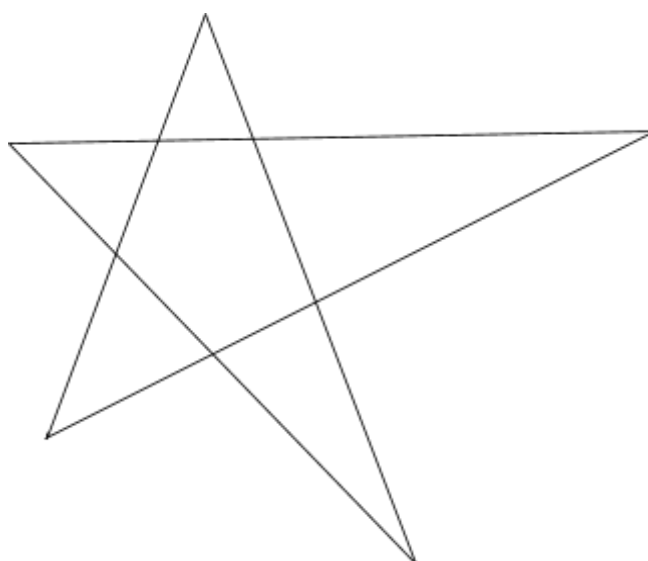


Un angle oposat pel vèrtex, i els altres dos que resulten de desplaçar els angles de la base del triangle. Són aspectes en els que val la pena aturar-nos i veure si els queda ben clar. Ells mateixos argumenten i s'ajuden uns als altres a fer-ho evident.

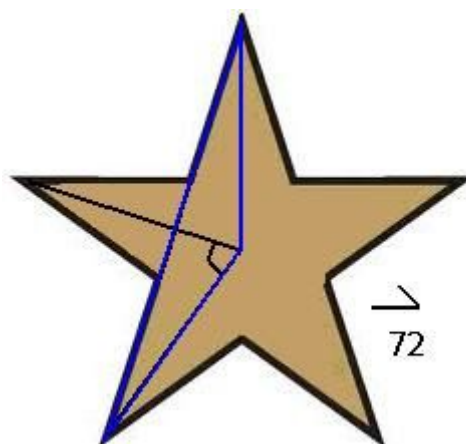
- Això passa sempre? En qualsevol triangle? Us sembla que així queda ben demostrat que la suma dels angles d'un triangle és de 180° ?

Va sense dir que el pas a fer la construcció en geogebra és natural. És una construcció senzilla que poden fer per parelles des dels primers cursos de secundària.

Aquesta seria una proposta inicial. Però un segon estadi, per algun curs més avançat, quan els alumnes ja han fet aquesta activitat, és demanar-los quant mesuren els angles d'un polígon estrellat. Podem començar per una estrella de 5 puntes.

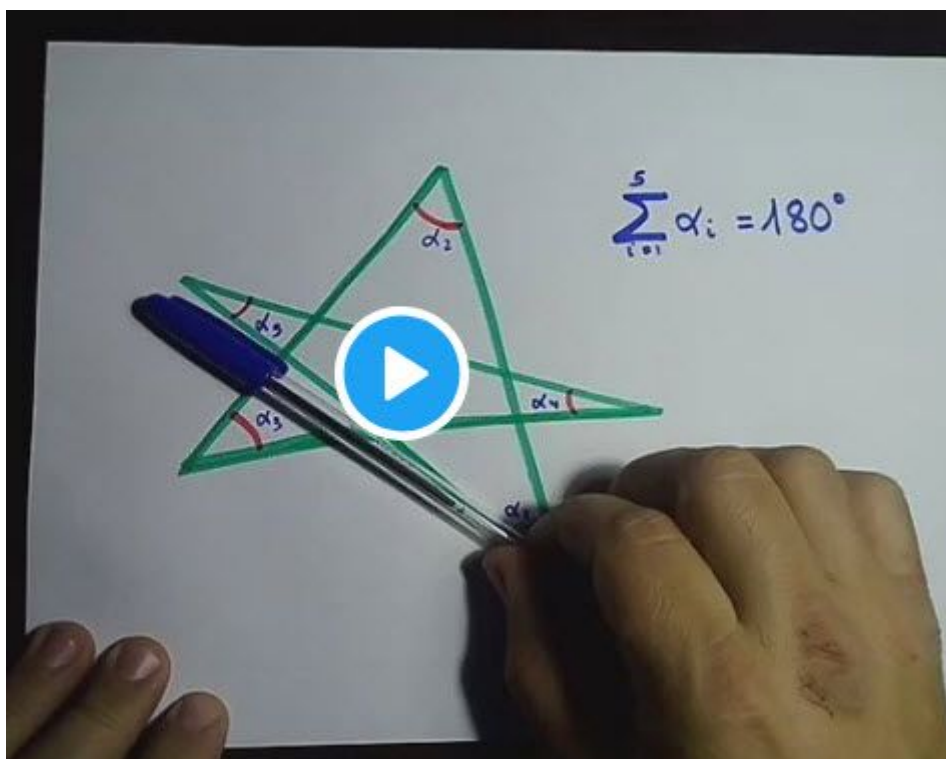


Potser serà més convenient fer alguna pràctica plegats, mesurant els angles de polígons regulars, a partir de l'angle central. D'aquí podem passar a mesurar angles a estrelles regulars seguint un procés com el que mostra la imatge:



Però no perdeu l'oportunitat de mostrar una idea que ens sembla genial:

La suma dels angles d'una estrella de cinc puntes a partir dels girs que fem amb un bolígraf



Enllaços d'interès

<https://twitter.com/i/status/705124708887429120>

Bibliografia.

Estalella, Josep. *Ciencia recreativa*. Editorial Gustavo Gili, 1918. Barcelona